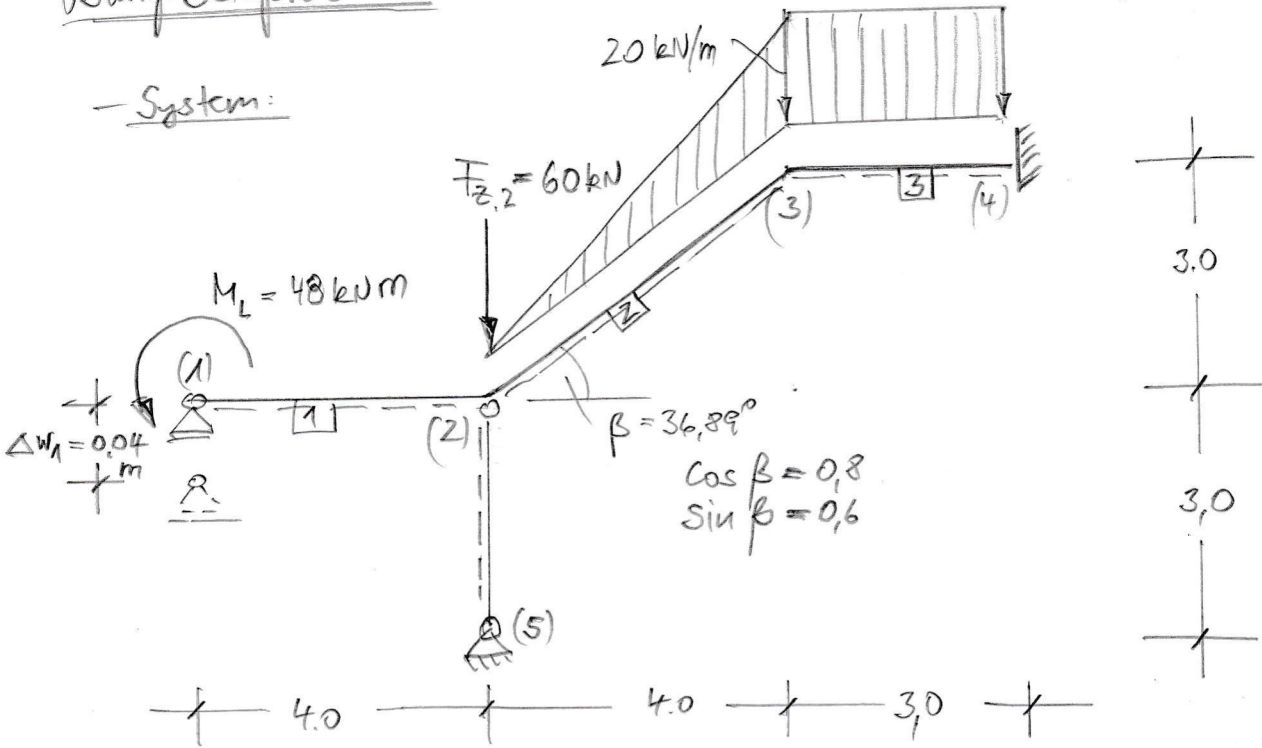


# Übungsbeispiel 6

= 1 -

## WGV in Matrixdarstellung

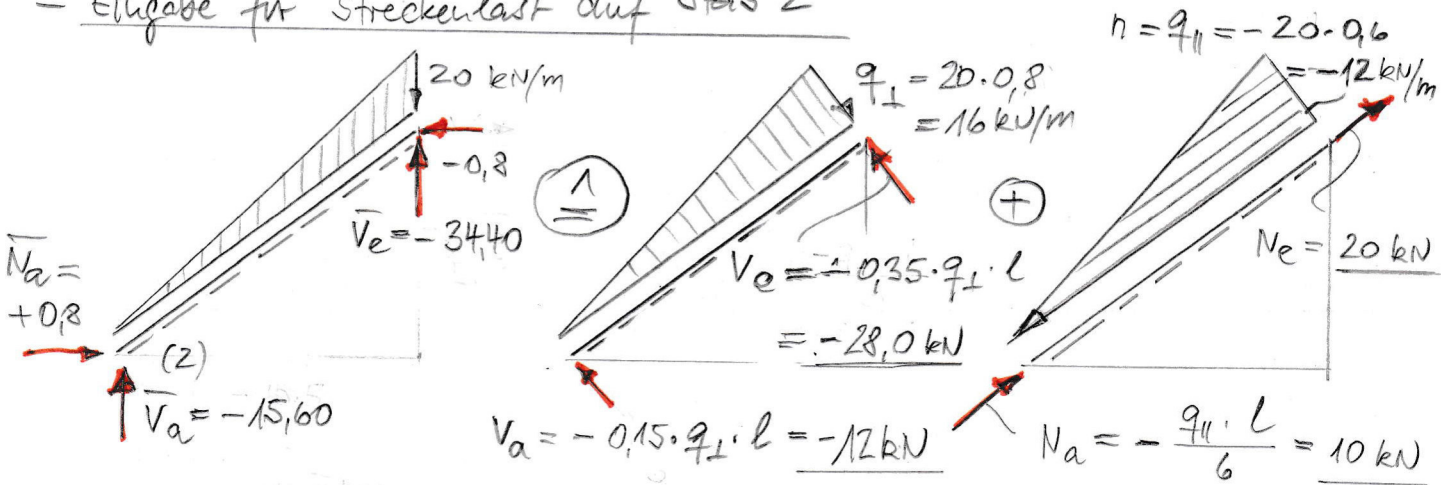
- System:



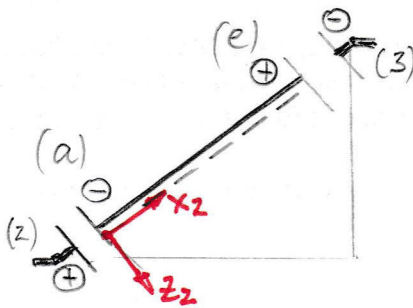
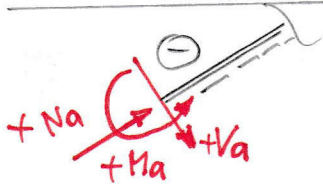
i	a	e	l	$\beta^\circ$	EA	EI
1	1	2	4,0	0,0	40000	8000
2	2	3	5,0	36,87°	60000	12000
3	3	4	3,0	0,0	60000	12000
4	2	5	3,0	-90,0°	24000	6000

→ erweitert:  $C_{w2} = \frac{8000}{kN/m}$

- Eingabe für Streckenlast auf Stab 2



Vorzeichen nach WGV:



Vorzeichen nach Baustatik



- Schritt 1: Aufstellen der Beziehungen zw. Stabendweggrößen und Stabendschnittgrößen

Stab 1  $\underline{S}^1 = \underline{K}^1 \cdot \underline{V}^1 + \underline{S}^{10}$  wg.  $\beta = 0 \rightarrow \underline{S}^1 = \underline{S}^1$  u.s.w.

$\underline{S}_1^1$	$N_1^1$	10000	0	0	-10000	0	0	$U_1^1$	0
	$V_1^1$	0	1500	-3000	0	-1500	-3000	$W_1^1$	0
	$M_1^1$	0	-3000	8000	0	3000	4000	$\varphi_1^1$	0
$\underline{S}_2^1$	$N_2^1$	-10000	0	0	10000	0	0	$U_2^1$	0
	$V_2^1$	0	-1500	3000	0	1500	3000	$W_2^1$	0
	$M_2^1$	0	-3000	4000	0	3000	8000	$\varphi_2^1$	0

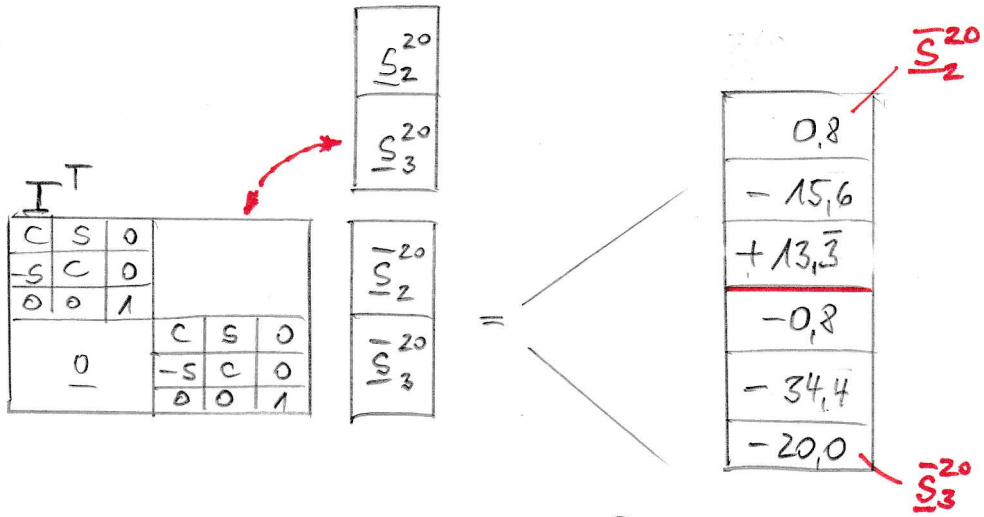
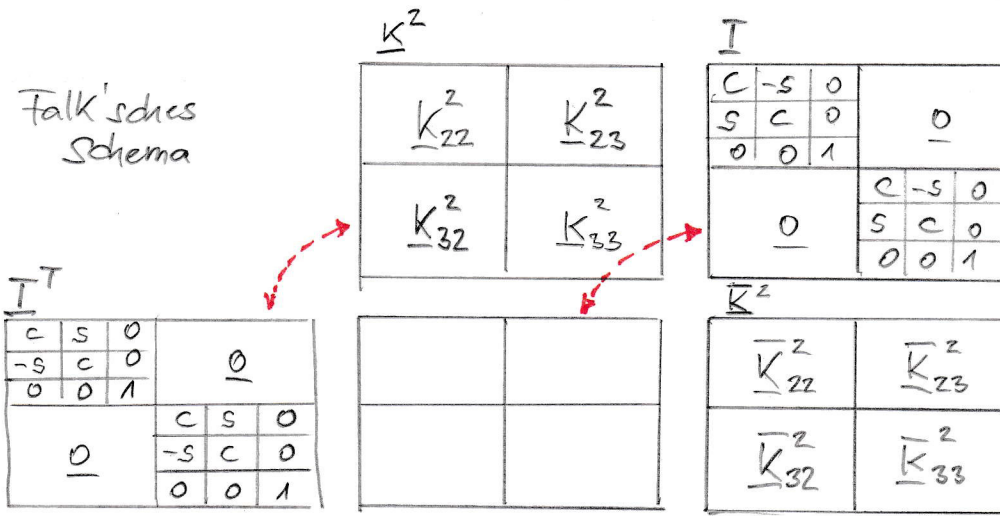
Stab 2  $\underline{S}^2 = \underline{K}^2 \cdot \underline{V}^2 + \underline{S}^{20}$  wg.  $\beta \neq 0 \rightarrow$  Transform. erford.   
  $\hookrightarrow$  alles lokale Größen!

$\underline{S}_2^2$	$N_2^2$	12000	0	0	-12000	0	0	$U_2^2$	10,0
	$V_2^2$	0	1152	-2880	0	-1152	-2880	$W_2^2$	-12,0
	$M_2^2$	0	-2880	9600	0	2880	4800	$\varphi_2^2$	13,3
$\underline{S}_3^2$	$N_3^2$	-12000	0	0	12000	0	0	$U_3^2$	20,0
	$V_3^2$	0	-1152	2880	0	1152	2880	$W_3^2$	-28,0
	$M_3^2$	0	-2880	4800	0	2880	9600	$\varphi_3^2$	-20,0

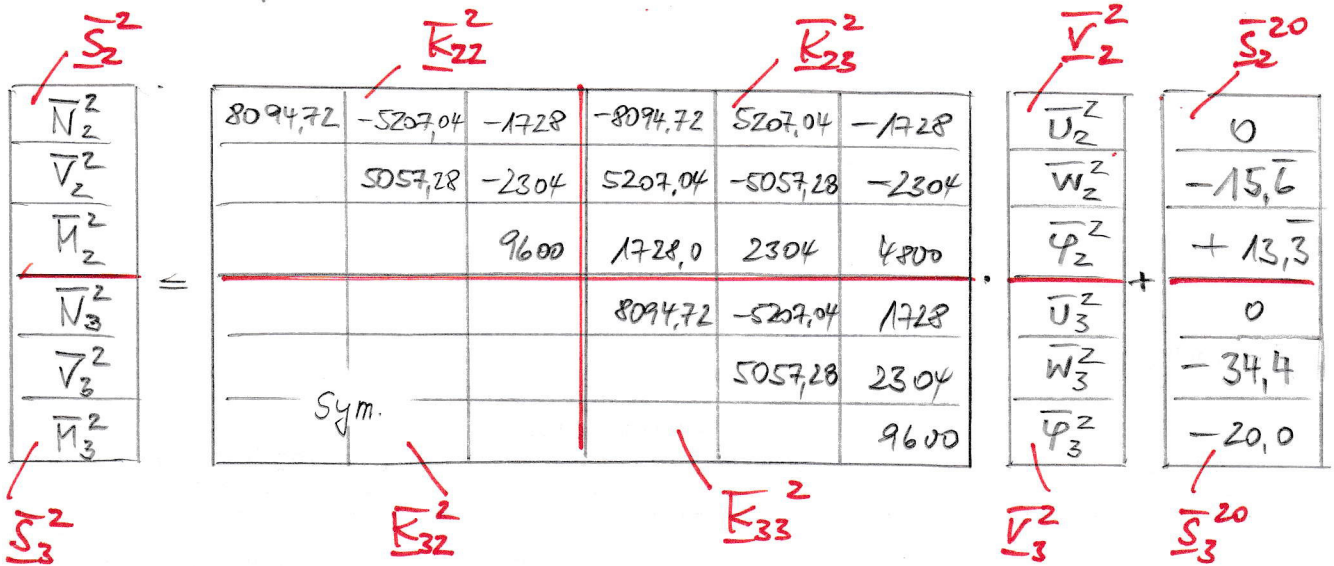
$$\left. \begin{aligned} \underline{S}^2 &= \underline{I}^T \cdot \underline{S}^{20} \\ \underline{K}^2 &= \underline{I}^T \cdot \underline{K}^2 \cdot \underline{I} \\ \underline{S}^{20} &= \underline{I}^T \cdot \underline{S}^{20} \end{aligned} \right\} \underline{S}^2 = \underline{K}^2 \cdot \underline{V}^2 + \underline{S}^{20}$$

alles globale Größen!

Falk'sches Schema



nach Transformation von  $\bar{K}^2$ :





Stab 3:  $\underline{S}^3 = \underline{K}^3 \cdot \underline{V}^3 + \underline{S}^{30}$  wg.  $\beta=0$ ; global = lokal

$\underline{S}_3^3$	$\underline{N}_3^3$	20000	0	0	-20000	0	0	$\underline{U}_3^3$	0
$\underline{V}_3^3$	$\underline{V}_3^3$	5333,3	-8000	0	-5333,3	-8000		$\underline{W}_3^3$	-300
$\underline{M}_3^3$	$\underline{M}_3^3$		16000	0	8000	8000		$\underline{P}_3^3$	+15,0
$\underline{S}_4^3$	$\underline{N}_4^3$			20000	0	0		$\underline{U}_4^3$	0
	$\underline{V}_4^3$				5333,3	8000		$\underline{W}_4^3$	-30,0
	$\underline{M}_4^3$					16000		$\underline{P}_4^3$	-15,0

z.B. „ausgeschrieben“:

$$\underline{S}_3^3 = \underline{K}_{33}^3 \cdot \underline{V}_3^3 + \underline{K}_{34}^3 \cdot \underline{V}_4^3 + \underline{S}_3^{30}$$

Siehe unten 3. „Zeile“

$$\underline{S}_4^3 = \underline{K}_{43}^3 \cdot \underline{V}_3^3 + \underline{K}_{44}^3 \cdot \underline{V}_4^3 + \underline{S}_4^{30}$$

Siehe unten 4. „Zeile“

Schritt 2: Aufbau des Gesamtgleichungssystems

(noch ohne Berücksichtigung der Randbedingungen und Auflagerverschiebungen)

Knoten  
↓

1	$\underline{S}_1^1 - \underline{P}_1$	$\underline{K}_{11}^1$	$\underline{K}_{12}^1$	0	0	$\underline{V}_1$	$\underline{S}_1^{10} - \underline{P}_1$
2	$\underline{S}_2^1 + \underline{S}_2^2 - \underline{P}_2$	$\underline{K}_{21}^1$	$\underline{K}_{22}^1 + \underline{K}_{22}^2$	$\underline{K}_{23}^2$	0	$\underline{V}_2$	$\underline{S}_2^{10} + \underline{S}_2^{20} - \underline{P}_2$
3	$\underline{S}_3^2 + \underline{S}_3^3 - \underline{P}_3$	0	$\underline{K}_{32}^2$	$\underline{K}_{33}^2 + \underline{K}_{33}^3$	$\underline{K}_{34}^3$	$\underline{V}_3$	$\underline{S}_3^{20} + \underline{S}_3^{30} - \underline{P}_3$
4	$\underline{S}_4^3 - \underline{P}_4$	0	0	$\underline{K}_{43}^3$	$\underline{K}_{44}^3$	$\underline{V}_4$	$\underline{S}_4^{30} - \underline{P}_4$



• Zusammenstellung zum Gesamtsystem:

	1		2		3		4		
$[K^e] = \Sigma [K^e]$	10000,00	0,00	-10000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	$[s^e] = \Sigma [s^e]$
1	0,00	1500,00	0,00	-1500,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-3000,00	8000,00	3000,00	4000,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	-10000,00	0,00	18094,72	-5207,04	-1728,00	-8094,72	5207,04	-1728,00	0,80
	0,00	-1500,00	3000,00	6557,28	696,00	5207,04	-5057,28	-2304,00	-15,60
	0,00	-3000,00	4000,00	-1728,00	17600,00	1728,00	2304,00	4800,00	13,33
3	0,00	0,00	-8094,72	5207,04	1728,00	28094,72	-5207,04	1728,00	-0,80
	0,00	0,00	5207,04	-5057,28	2304,00	-5207,04	10390,61	-5696,00	-64,40
	0,00	0,00	-1728,00	-2304,00	4800,00	1728,00	-5696,00	25600,00	-5,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-20000,00	0,00	20000,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-5333,33	8000,00	-30,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8000,00	-15,00

$\cdot 0,04$  ( $w_j \cdot \Delta w_j = 0,04 m$ )

\*  $-3000 \cdot 0,04 = -120$   
 \*\*  $-1500 \cdot 0,04 = -60$

• Ergänzung der Federn, Knotenlasten und aufgeprägten Auflagerverformungen  $\square \cdot 0,04$

	1		2		3		4		
$[K^e_d] = [K^e] + [C^e_d]$	10000,00	0,00	-10000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	$[s^e] + [s^e_{EAV}] - [p^e]$
1	0,00	1500,00	0,00	-1500,00	0,00	0,00	0,00	0,00	60,00
	0,00	-3000,00	8000,00	3000,00	4000,00	0,00	0,00	0,00	-168,00
2	-10000,00	0,00	18094,72	-5207,04	-1728,00	-8094,72	5207,04	-1728,00	0,80
	0,00	-1500,00	3000,00	14557,28	696,00	5207,04	-5057,28	-2304,00	-135,60
	0,00	-3000,00	4000,00	-1728,00	17600,00	1728,00	2304,00	4800,00	-106,67
3	0,00	0,00	-8094,72	5207,04	1728,00	28094,72	-5207,04	1728,00	-0,80
	0,00	0,00	5207,04	-5057,28	2304,00	-5207,04	10390,61	-5696,00	-64,40
	0,00	0,00	-1728,00	-2304,00	4800,00	1728,00	-5696,00	25600,00	-5,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-20000,00	0,00	20000,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-5333,33	8000,00	-30,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8000,00	-15,00





### Schritt 4: Nachlaufrechnung

Stab 1  $\underline{S}^1 = \underline{K}^1 \cdot \underline{V}^1 + \underline{S}^{10}$  mit  $\underline{V}^1 =$

a=1  
e=2

$-2,79 \cdot 10^{-3}$
0,04 $\underline{V}_1^1 = \underline{V}_1$
$1,79 \cdot 10^{-2}$
$-2,79 \cdot 10^{-3}$
$1,12 \cdot 10^{-2}$ $\underline{V}_2^1 = \underline{V}_2$
$-2,25 \cdot 10^{-3}$

10000	0	0	-10000	0	0
0	1500	-3000	0	-1500	-3000
0	-3000	8000	0	3000	4000
-10000	0	0	10000	0	0
0	-1500	3000	0	1500	3000
0	-3000	4000	0	3000	2000

0
-3,825 $\underline{S}_1^1$
48,0 $\underline{S}_2^1$
0
+3,825 $\underline{S}_3^1$
-32,70

$N_{1,r} = 0$ ;  $V_{1,r} = +3,825 \text{ kN}$ ;  $M_{1,r} = -48,0 \text{ kNm}$   
 $N_{2,l} = 0$ ;  $N_{2,r} = +3,825 \text{ kN}$ ;  $M_{2,l} = -32,70 \text{ kNm}$

### Stab 2

wegen  $\beta = +36,87^\circ \rightarrow$  Transf. der Knotenverformungen auf lokales System  $\underline{V}^2 = \underline{T} \cdot \underline{V}^1$

a=2  
e=3

$-2,79 \cdot 10^{-3}$
$1,12 \cdot 10^{-2}$ $\underline{V}_2^2 = \underline{V}_2$
$-2,25 \cdot 10^{-3}$
0
$1,63 \cdot 10^{-2}$ $\underline{V}_3^2 = \underline{V}_3$
$5,07 \cdot 10^{-3}$

$\underline{T}$

0,8	0,6	0			
-0,6	0,8	0			0
0	0	1			
			0,8	0,6	0
	0		-0,6	0,8	0
			0	0	1

$-8,96 \cdot 10^{-3}$
$7,29 \cdot 10^{-3}$ $\underline{V}_2^2$
$-2,25 \cdot 10^{-3}$
$-9,80 \cdot 10^{-3}$
$1,306 \cdot 10^{-2}$ $\underline{V}_3^2$
$5,07 \cdot 10^{-3}$

$\underline{S}^2 = \underline{K}^2 \cdot \underline{V}^2 + \underline{S}^{20}$

vgl. Seite 2      vgl. Seite 2



ohne weitere Berechnung ...

$$\underline{S}^2 = \begin{array}{|c|} \hline 20,08 \\ \hline -26,78 \\ \hline \underline{32,70} \\ \hline 9,92 \\ \hline -13,22 \\ \hline 34,51 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} \rightsquigarrow N_{2,r} &= -20,08 \text{ kN} \\ V_{2,r} &= +26,78 \text{ kN} \\ M_{2,r} &= -32,70 \text{ kNm} \\ \rightsquigarrow N_{3,l} &= +9,92 \text{ kN} \\ V_{3,l} &= -13,22 \text{ kN} \\ M_{3,l} &= +34,51 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Stab 3

a=3  
e=4

$$\underline{S}^3 = \underline{K}^3 \cdot \underline{V}^3 + \underline{S}^{30}$$

vgl. Seite 4

vgl. Seite 4

mit  $\underline{V}^3 = \underline{\bar{V}}^3 =$

$$\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1,63 \cdot 10^{-2} \\ \hline \underline{5,07 \cdot 10^{-3}} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

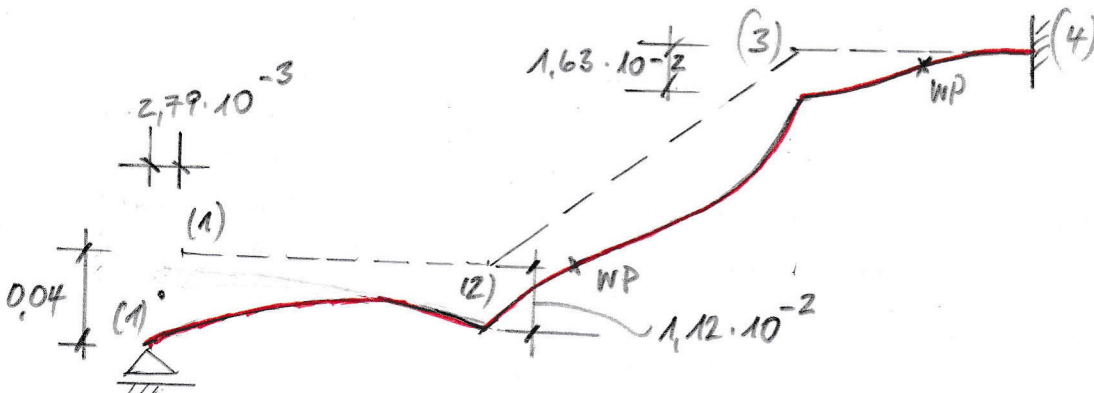
$$\left. \begin{array}{l} \underline{V}_3^3 \stackrel{!}{=} \underline{V}_3 \\ \underline{V}_4^3 \stackrel{!}{=} \underline{V}_4 \end{array} \right\} \underline{V}^3$$

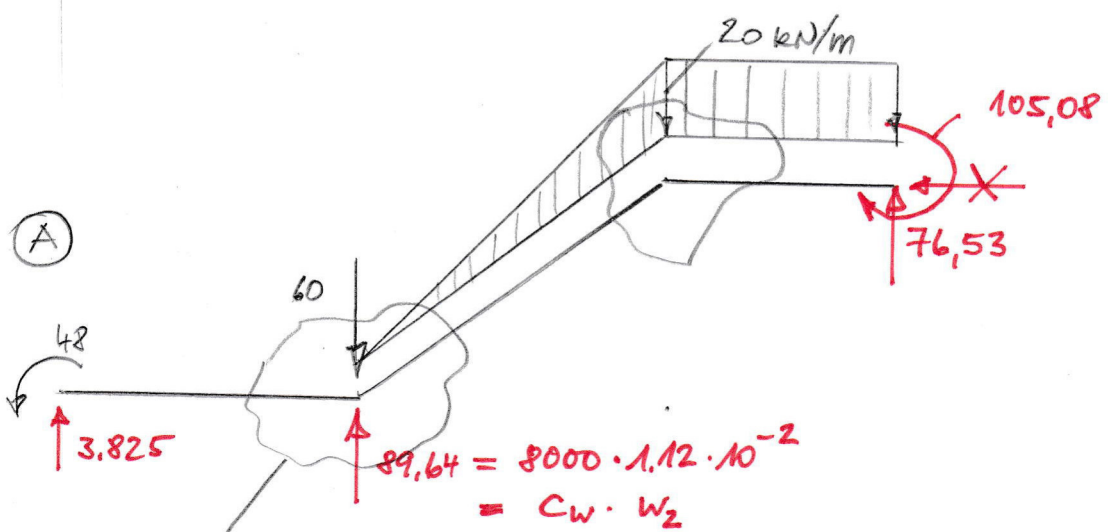
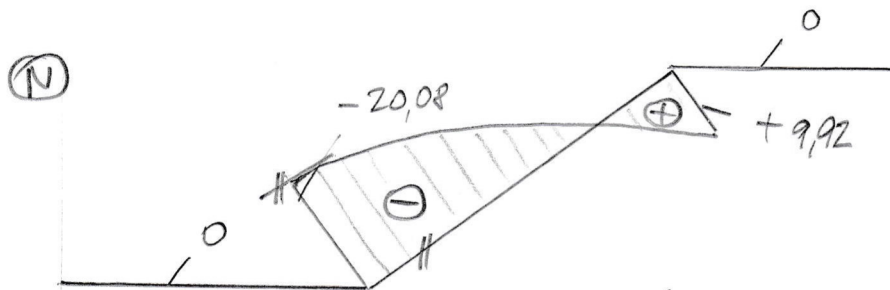
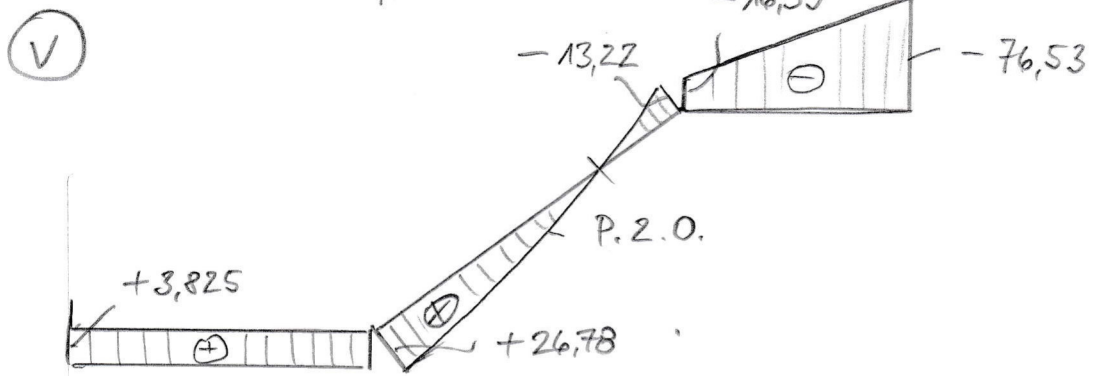
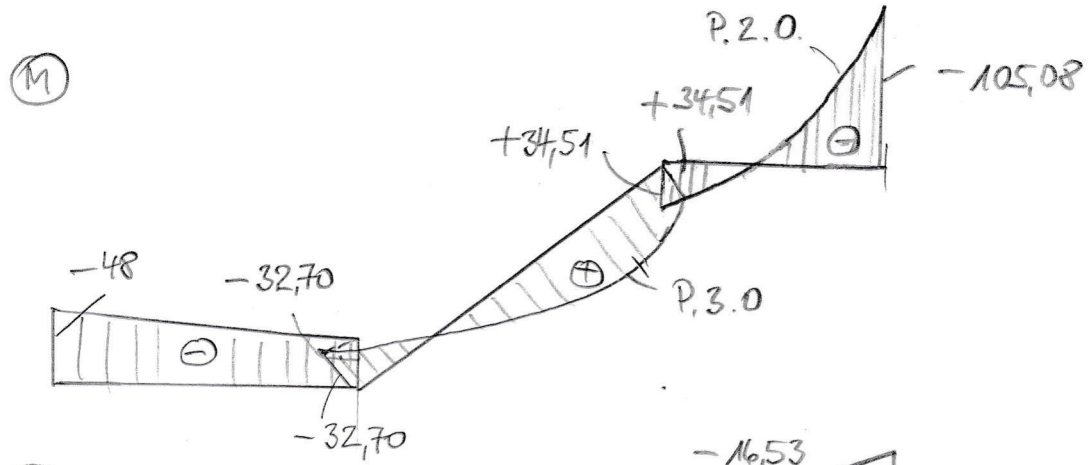
errechnet sich:

$$\underline{S}^3 = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 16,53 \\ \hline \underline{-34,51} \\ \hline 0 \\ \hline -76,53 \\ \hline -105,08 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} \rightsquigarrow N_{3,r} &= 0 \\ V_{3,r} &= -16,53 \text{ kN} \\ M_{3,r} &= +34,51 \text{ kNm} \\ \rightsquigarrow N_{4,l} &= 0 \\ V_{4,l} &= -76,53 \text{ kN} \\ M_{4,l} &= -105,08 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Darstellung (W):



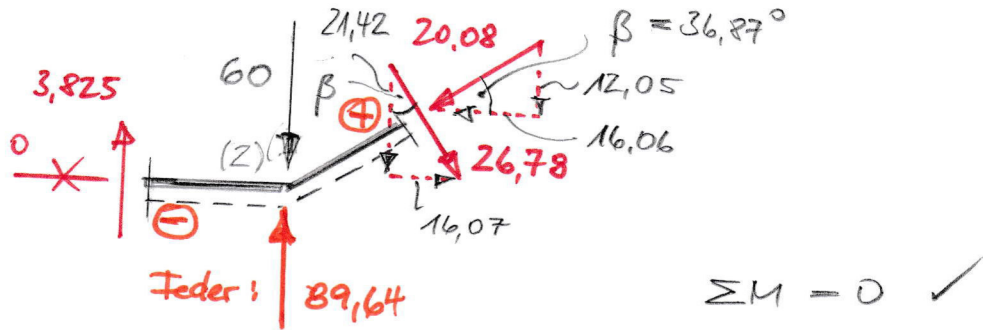


Gleichgewichtskontrollen

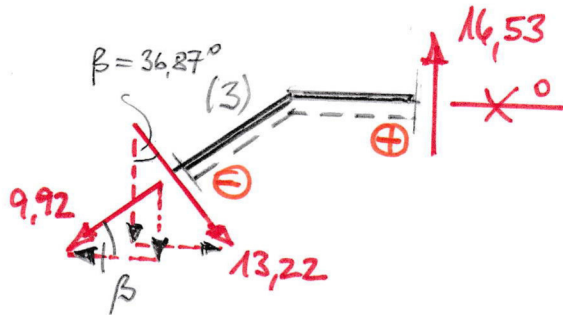
am Knoten (2):

$$\downarrow \sum V = 0 : -3,825 + 60 - 89,64 + 21,42 + 12,05 \approx 0 \quad \checkmark$$

$$\sum H = 0 : +16,07 - 16,06 \approx 0 \quad \checkmark$$



am Knoten (3):



$$\downarrow \sum V = 0 : +13,22 \cdot 0,8 + 9,92 \cdot 0,6 - 16,53 = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum H = 0 : +13,22 \cdot 0,6 - 9,92 \cdot 0,8 \approx 0 \quad \checkmark$$

$\sum M = 0 \quad \checkmark$