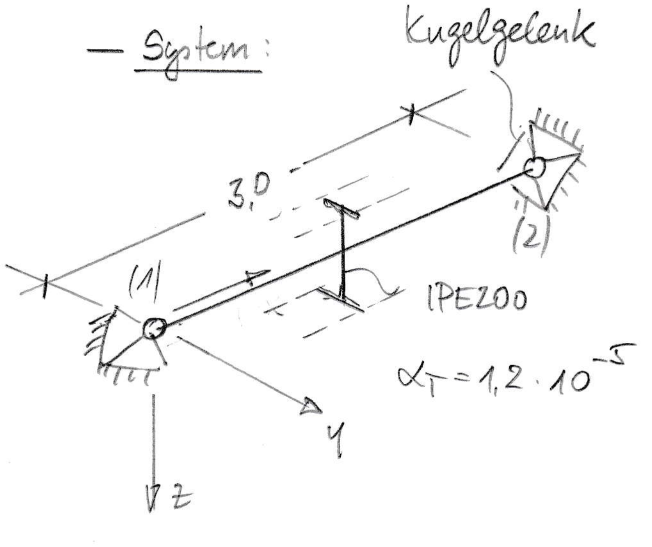
Übungsbeispiel 5: Knickproblem

– System:



Ein „perfekt" gerader Stab wird zwischen zwei Auflagerpunkten in der Längsrichtung fixiert.

Frage: Bei welcher Erwärmung knickt der Stab (IPE 200) seitlich aus?

– Querschnittswerte des IPE200 - Profils: (Stahl: $E = 21000\ kN/cm^2$)

$$J_y = 1940\ cm^4 \quad ; \quad J_z = 142\ cm^4 \quad ; \quad A = 28{,}5\ cm^2$$

$$\rightsquigarrow EJ_y = 21000 \cdot 1940 \cdot 10^{-4} = \underline{40740\ kNm^2}$$

$$EJ_z = 21000 \cdot 142 \cdot 10^{-4} = \underline{298{,}2\ kNm^2}$$

$$EA = 21000 \cdot 28{,}5 = \underline{598500\ kN}$$

– Lösungsansatz:

Durch Erwärmung (konst. Verteilung über Querschnittsfläche) dehnt sich der Stab aus, wird aber durch die beiden unverschieblichen Lager am Ausdehnen behindert. Es entsteht die Zwangsschnittgröße $N < 0$!

$$\boxed{\varepsilon_T + \varepsilon_N \overset{!}{=} 0} \quad \text{mit} \quad \varepsilon_N = \frac{N}{EA} \quad \text{und} \quad \varepsilon_T = \alpha_T \cdot T$$

$$\frac{N}{EA} + \alpha_T \cdot T \overset{!}{=} 0.$$

$$N = -EA \cdot \alpha_T \cdot T$$

Der Stab knickt aus, sobald N die krit. <u>Druckkraft</u> erreicht.

bzw.

$$T = \frac{-N}{EA \cdot \alpha_T}$$

Die Knicklängen für das Ausknicken in y-Richtung und das Ausknicken in z-Richtung sind wegen der Kugelgelenke gleich groß (Euler-Fall 1)

$$s_{Ky} = s_{Kz} = 1{,}0 \cdot 3{,}0 = \underline{3{,}0\ m}$$

Wegen der unterschiedl. Biegesteifigkeiten knickt der Stab zunächst in y-Richtung aus (Knicken um die schwache z-Achse; Schlankheitsgrade unterschiedlich):

$$\lambda_z = \frac{s_{Kz}}{i_z} = \frac{s_{Kz}}{\sqrt{\frac{I_z}{A}}} = \frac{300}{\sqrt{\frac{298{,}2}{28{,}5}}} = \underline{\underline{92{,}75}} \text{ (hoch)}$$

(schlanke Stütze)

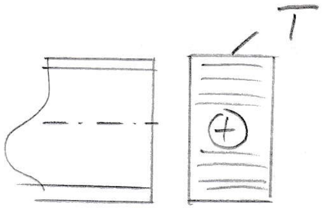
$$\lambda_y = \frac{s_{Ky}}{i_y} = \frac{300}{\sqrt{\frac{4074}{28{,}5}}} = \underline{\underline{25{,}1}} \text{ (gering)} \ll \lambda_z$$

– <u>krit. Last für Knicken um die z-Achse</u> (vgl. Euler)

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{s_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 298{,}2}{3{,}0^2} = \underline{327{,}0\ kN} \text{ (Druckkr.)}$$

– <u>Berechnung der Temp.-erhöhung bei Systemversagen:</u>

$$T = \frac{-(-327)}{598500 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}} = \underline{45{,}5^\circ}$$



Der IPE 200-Träger knickt in y-Richtung seitlich aus, sobald die (konst.) Temperaturerhöhung 45,5° erreicht, (<u>rein rechnerisch</u> bei idealen Material- und Systemparametern). Die Normalspannung liegt mit $\sigma_x = \frac{327}{28{,}5} = \underline{11{,}5\ kN/cm^2}$ weit unterhalb der Fließgrenze.