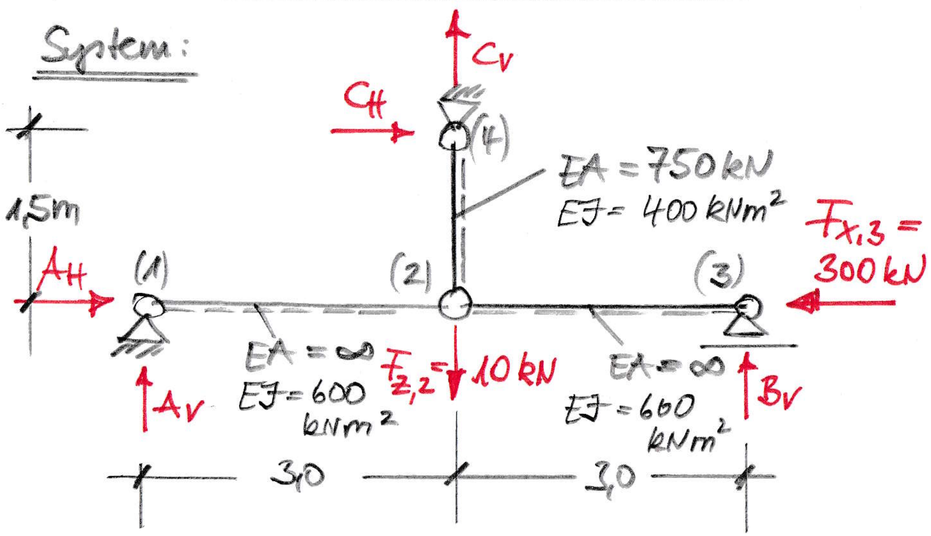
Weiteres Rechenbeispiel zu Th. II. Ordn.

Sytem:



Hinweis: $F_{z,2} = 10\,kN$ sorgt für Anfangsverformung $\rightsquigarrow$ Iteration möglich

Diskussion: Was passiert, wenn $F_{z,2} = 0$

$\rightsquigarrow$ Iteration nicht möglich

$\rightsquigarrow$ Berechnung der krit. Last (hier $F_{x,3}$)

Diskussion: Berücksichtigung von Imperfektionen (gem. Normen)

a) Schiefstellung

b) Vorkrümmung

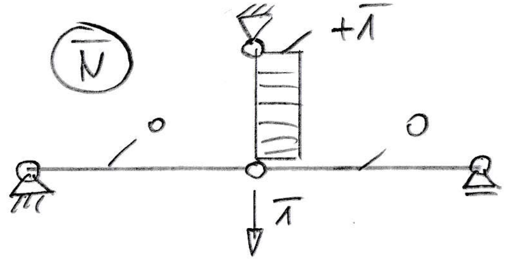
Aufl.-reaktionen: (Th. I. Ord.)

$C_H = 0$; $A_V = 0$; $B_V = 0$

$C_V = 10\,kN \rightsquigarrow N_{24} = \underline{+10\,kN}$

$A_H = 300\,kN \rightsquigarrow N_{12} = N_{23} = \underline{-300\,kN}$

zugehörige Vertikalverschiebung w_2: (PvK)



aus Anschauung: $\bar{N}_{24} = +\bar{1}$

$$\delta = w_2 = \frac{1}{EA} \int N\bar{N}\,dx \quad \text{(nur Stab 2-4)}$$

$$= \frac{1}{750} \cdot 1{,}0 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1{,}5 = \underline{0{,}02\,m}$$

Alternativ: mit $\sigma = E \cdot \varepsilon$

$\varepsilon = \Delta l / l$

$\sigma = \frac{N}{A}$

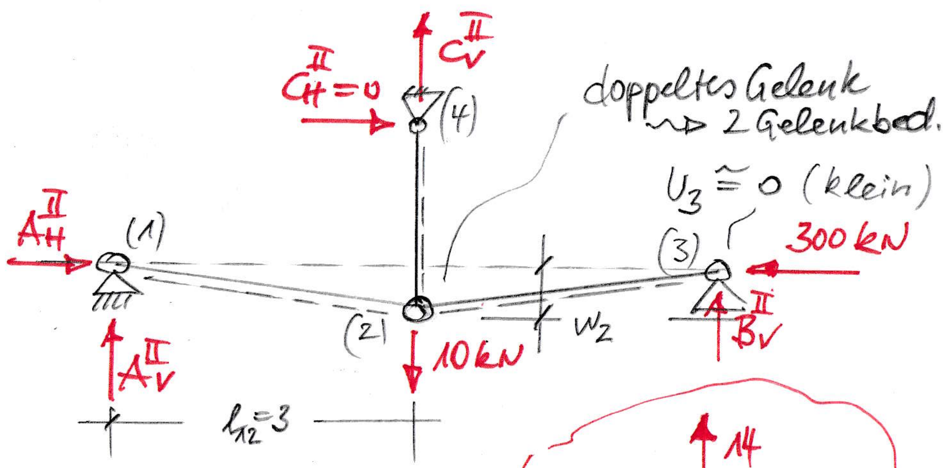
für Stab 2-4:

$$\rightsquigarrow \Delta l_{24} = \frac{N}{EA} \cdot l_{24} = \frac{10}{750} \cdot 1{,}5 = \underline{0{,}02\,m}$$

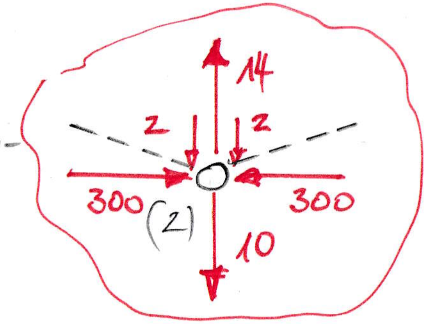
ist Stablängenänderung

da Kn. 4 fest ist, ist $\Delta l_{24} = w_2$

1. Iteration für Schnittgr.-ermittlung nach Theorie II Ordnung



Knotengleichgewicht am Knoten 2



Aufl.-reaktionen:

$\Sigma H \overset{!}{=} 0: \leadsto A_H^{II'} = 300\,kN$

$\Sigma M_{2,LTS} = 0: \quad A_H^{II} \cdot w_2 - A_V^{II} \cdot l_{12} \overset{!}{=} 0$

$\leadsto A_V^{II} = -A_H^{II} \cdot \frac{w_2}{l_{12}}$

$= -300 \cdot \frac{0{,}02}{3{,}0} = \underline{\underline{-2{,}0\,kN}}$

$\Sigma M_{2,RTS} \overset{!}{=} 0: \leadsto B_V^{II} = \underline{\underline{-2{,}0\,kN}}$

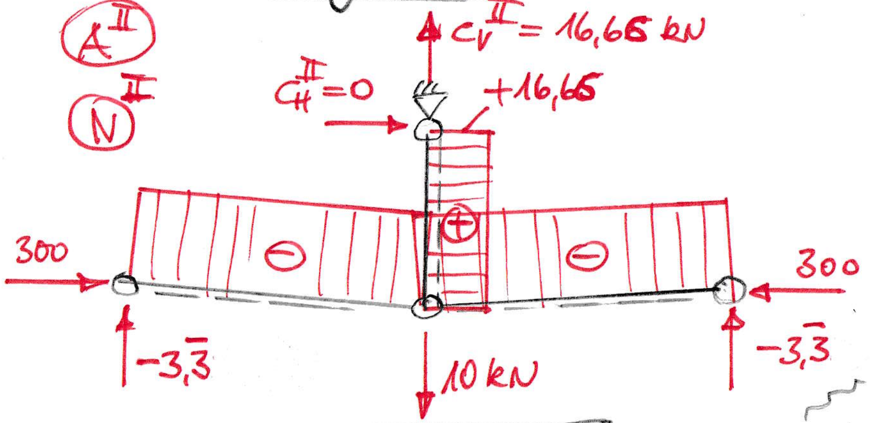
$\Sigma V \overset{!}{=} 0: \quad C_V^{II} = 10 + 2 + 2 = \underline{\underline{14\,kN}}$

$\leadsto N_{24} = \underline{\underline{+14\,kN}}$

zugehörige Verformung:

$\Delta l = w_2 = \frac{14}{750} \cdot 1{,}5 = \underline{0{,}028\,m}$

Ausiteriertes Ergebnis:

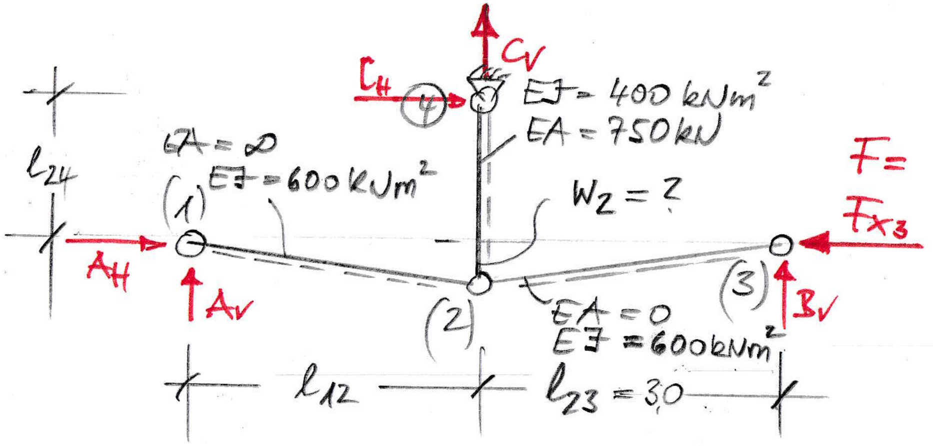


$N_{12} = N_{23} = -\sqrt{300^2 + 3{,}\bar{3}^2} = -300{,}02\,kN$ ⇝ bringt nichts!

$\cong -300\,kN$

Iteration	$A_V^{II} = B_V^{II}$	$C_V^{II} = N_{24}$	$w_2 = \Delta l$ [m]
0	0,0	10,0	0,020
1	−2,0	14,0	0,028
2	−2,8	15,6	0,031
3	−3,12	16,24	0,033
4	−3,30	16,60	0,0332
⋮			
n	−3,333	$16{,}6\bar{6}$	0,0333

Berechnung der krit. Last ($F_{X3} = F_{crit}$)



aus Gleichgewichtsbedingungen:

$$A_V = -\frac{F \cdot w_2}{l_{12}}$$

$$B_V = -\frac{F \cdot w_2}{l_{23}} = A_V$$

$$C_V = N_{24} = -A_V - B_V$$

$$N_{24} = \frac{F \cdot w_2}{l_{12}} + \frac{F \cdot w_2}{l_{23}}$$

mit $l_{12} = l_{23} = 3{,}0\ m$

$$\rightsquigarrow N_{24} = \frac{2F \cdot w_2}{l_{12}}$$

aus Verformungsberechnung:

$$w_2 = \frac{N_{24}}{EA_{24}} \cdot l_{24}$$

$$w_2 = \frac{2 \cdot F \cdot w_2}{l_{12} \cdot EA_{24}} \cdot l_{24} = \frac{2F \cdot l_{24}}{EA_{24} \cdot l_{12}} \cdot w_2$$

Berechnung der krit. Last

$$w_2 \cdot \left(1 - \frac{2 F \cdot l_{24}}{EA_{24} \cdot l_{12}}\right) \overset{!}{=} 0$$

wenn $w_2 = 0$ $\rightsquigarrow$ Bedingung erfüllt mit F = beliebig!

mit $(\ ) = 0$ $\rightsquigarrow$ Bedingung erfüllt mit $F = F_{crit}$

$$\frac{2 \cdot F_{crit}}{EA_{24}} \cdot \frac{l_{24}}{l_{12}} \overset{!}{=} 1 \rightsquigarrow \boxed{F_{crit} = \frac{EA_{24} \cdot l_{12}}{2 \cdot l_{24}}}$$

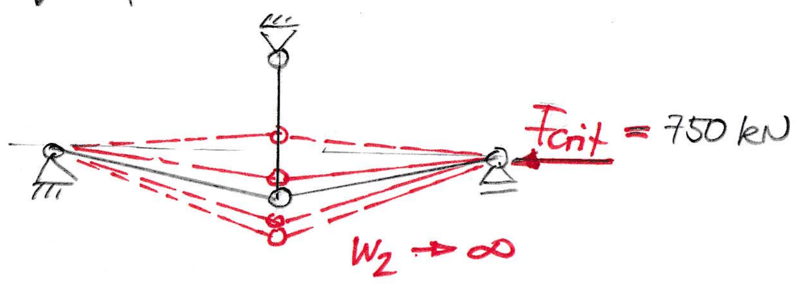
nach Einsetzen der Zahlenwerte:

$$F_{crit} = \frac{750 \cdot 3.0}{2 \cdot 1{,}5} = \underline{\underline{750\ kN}}$$

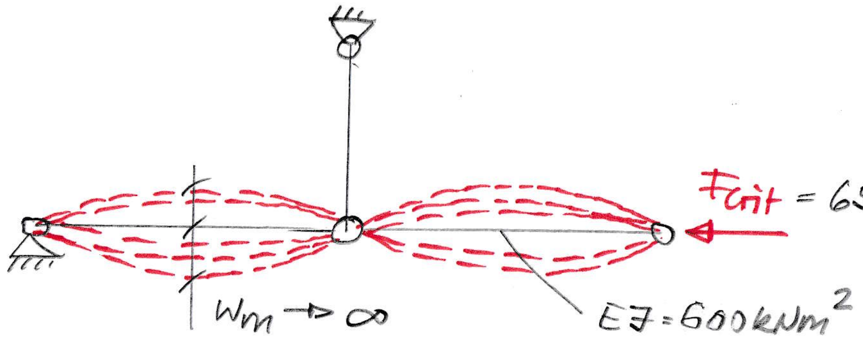
→ Systemversagen durch $w_2 \to \infty$

Versagensformen:

a)



b) lokales Versagen der Einzelstäbe



!

$\ell = 3{,}0$ m ; $\beta = 1{,}0$ (Pendelstab)

$s_K = \beta \cdot \ell = 3{,}0$ m

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot EJ}{s_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 600}{3^2} = \underline{\underline{658 \text{ kN}}}$$

Auswertung:

Das System wird bei einem Lastniveau von $F_{crit} = 658$ kN durch das <u>Ausknicken</u> der horiz. angeordneten Stäbe (vorab) versagen.

Bei Erhöhung der Biegesteifigkeiten $EJ_1 = EJ_2$ auf

$$EJ_{neu} \geq \frac{750}{658} \cdot 600 = \underline{684 \text{ kNm}^2}$$

würde das System (rein rechnerisch) gemäß Versagensform a) versagen.

Frage: Gibt es auch noch eine dritte Versagensform; wenn ja, bei welcher Last?
(Tipp: Knicken des lotrechten Stabes)

Diskussion: Wie berechnet und bemisst man Systeme mit Hilfe von Statikprogrammen (RStab), wenn aufgrund der fehlenden Last $F_{2,2}$ keine Anfangsverformung auftritt?

Lösung: Da kein System „perfekt + ideal" gebaut werden kann und auch die Stäbe „nicht perfekt + ideal" im Querschnitt und im Material sind, werden sogenannte

$\boxed{\text{IMPERFEKTIONEN}}$

vorgegeben,

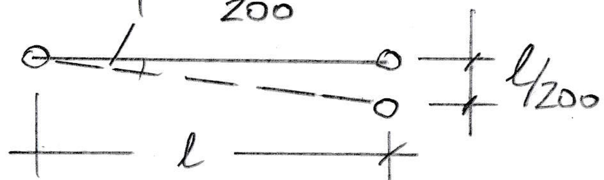
Im Schneider:
- Stahlbau S. 8.5
- Holzbau S. 9.13
- Stahlbeton S. 5.37

die bei der Berechnung berücksichtigt werden müssen!

⇝ in den Normen verankert!

a) Schiefstellung:

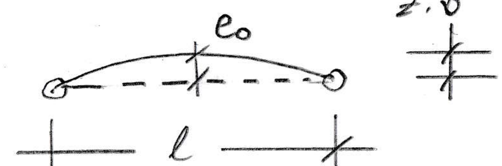
z.B. $\varphi = \dfrac{1}{200}$



... für Stäbe, für Teilsysteme für Gesamtsystem in ungünstiger Anordnung (+/−)

b) Vorkrümmung:

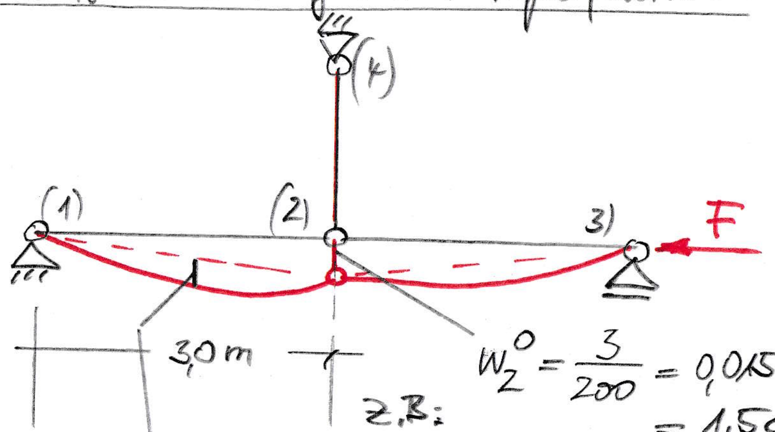
z.B. l/150



... für druckbeanspruchte Einzelstäbe in ungünstiger Anordnung (+/−)

Hinweis: eigener Lastfall (ggf. Lastfälle) in RStab!

Ansatz einer möglichen Imperfektion:



z.B.: $w_2^0 = \frac{3}{200} = 0{,}015\,m$

$= \underline{1{,}5\,cm}$

(Schiefstellung)

z.B.: $e_0 = \frac{3{,}0}{150} = 0{,}02\,cm$

$= \underline{2{,}0\,cm}$

(Vorkrümmung)

Aufgrund der Imperfektion gibt es eine Anfangsverformung, die für die weitere Iteration Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung liefert. Bei den horiz. Pendelstäben ergeben sich durch die Vorkrümmung (Zusatz-) Momente, die in die Bemessung einfließen.