9 Druckglieder

9.1 Tragverhalten von überwiegend auf Druck beanspruchten Bauteilen

9.1.1 Festigkeitsproblem und Stabilitätsproblem

Bei exzentrisch belasteten Druckstäben wird die planmittige Ausmitte e_0 um das Maß der Verformung f vergrößert. Das zusätzliche zur Normalkraft F wirkende Moment $M_0 = F \cdot e_0$ wächst an auf das Moment $M_{max} = F \cdot (e_0 + f)$. Das „exakte" Maß für f ist iterativ zu ermitteln:

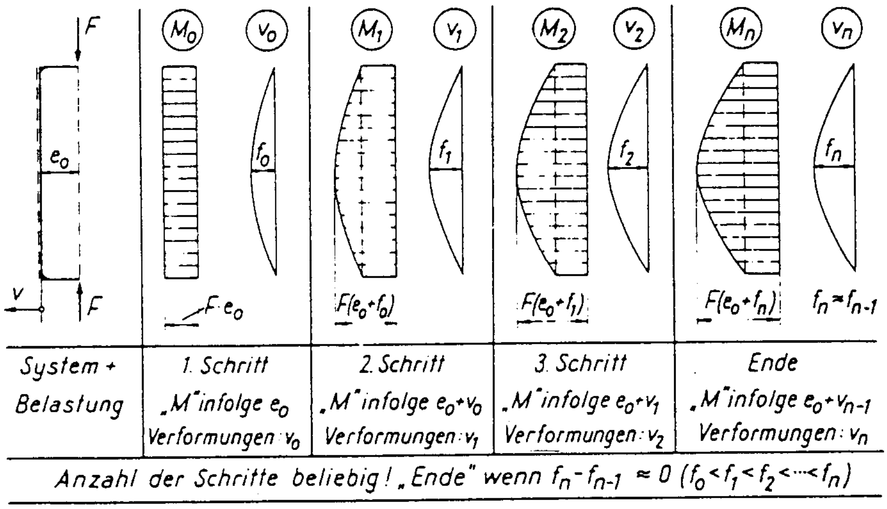


Bild 9.1: *Ermittlung der Zusatzausmitte f (Auswirkung nach Theorie II. Ordnung)*

Die kritische Last F_{crit} ist dann diejenige, bei der unter Wirkung von F und max M die Grenze der Tragfähigkeit erreicht wird. Diese Grenze wird durch die Baustoffeigenschaften bestimmt. Das Materialversagen kann zum einen in der Betondruckzone und zum anderen in der Biegebewehrung liegen. Bei außermittiger Belastung liegt also ein Festigkeitsproblem vor.

Bei zentrisch belasteten Druckstäben tritt zunächst keine Stabauslenkung auf. Der Stab wird immer in seine Ursprungslage zurückfedern, sollte es hinsichtlich der Stabauslenkung zu einer Störung kommen. Nach Erreichen der EULER`schen Knicklast

$$F_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{s_k^2}$$

sind zwei Gleichgewichtszustände möglich

- der labile Zustand bei gerade Stabachse
- der stabile Zustand bei ausgelenkter Stabachse

Bei einer noch so kleinen Störung im labilen Zustand wird der Stab in die ausgelenkte Stablage springen und dort in einem stabilen Gleichgewichtszustand verbleiben. Die Biegesteifigkeit des Stabes $E \cdot I$ reicht nicht aus, um den Stab in die gerade ursprüngliche Lage zurückzubringen. Die Auslenkung nimmt ohne nennenswerte Laststeigerung nun so schnell zu, dass der Erschöpfungszustand durch das einsetzende Biegemoment rasch erreicht ist.

Wegen des nahezu horizontalen Verlaufes der *F -f*-Kurve oberhalb des Verzweigungspunktes ist mit der Knicklast praktisch die Grenze der Tragfähigkeit gegeben. Die Grenze wird also nicht durch Materialversagen, sondern durch den Verzweigungspunkt bestimmt. Es liegt bei zentrischer Belastung ein Stabilitätsproblem vor.

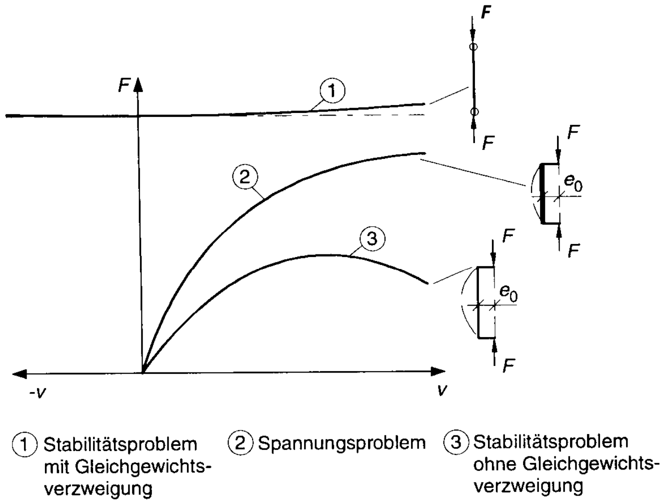


Bild 9.2: *Zentrisch und exzentrisch gedrückter Stab*

9.1.2 Ersatzlänge

Das spätere Ziel wird die Reduktion aller vorkommenden statischen Systeme auf eine „Modellstütze" sein. Dies wird durch die Einführung der Ersatzlänge geschehen. Die Ersatzlänge ist ein Vielfaches der Stablänge l_{col}, also ein Vielfaches der Stützenlänge zwischen den idealisierten Systemknoten:

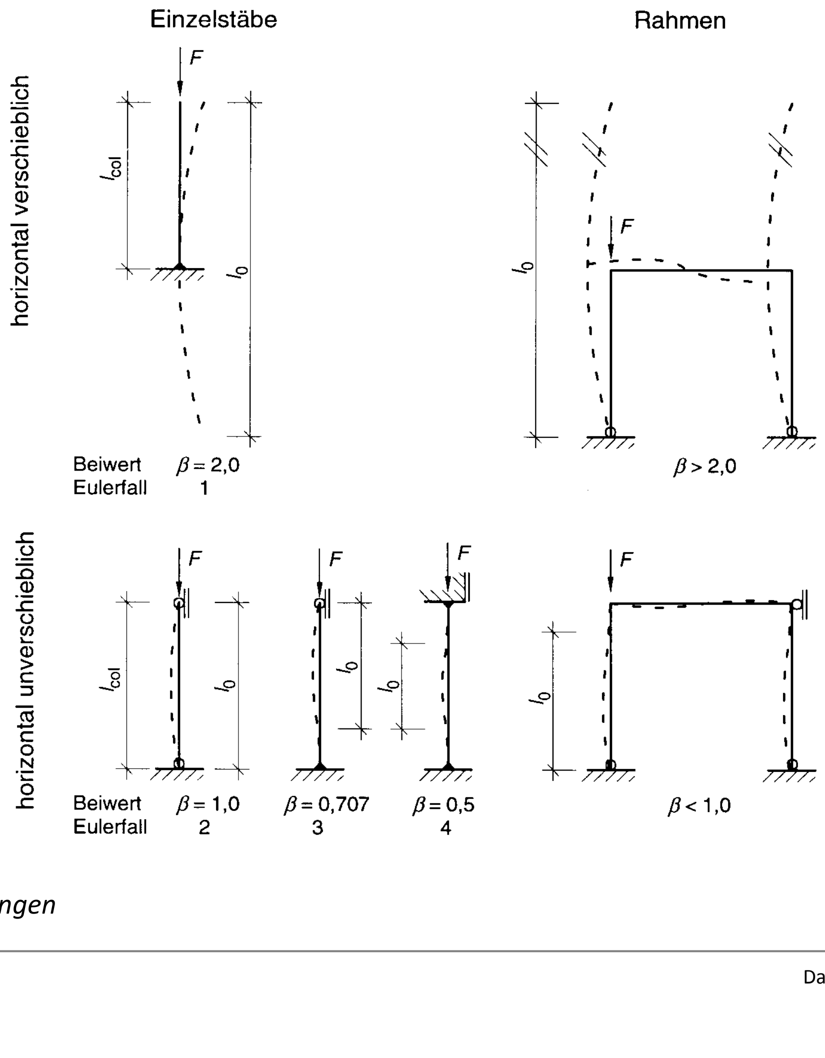


Bild 9.3: *Ersatzlängen*

Die unter einer Druckbeanspruchung entstehende Knicklinie entspricht in etwa der Form einer Biegeverformungslinie. Allgemein gilt als Ersatzlänge l_0 der Abstand der Wendepunkte der Biegelinie im ausgeknickten Zustand. Entscheidend hierbei sind die Auflagerbedingungen des Stabes:

- gelenkig
- eingespannt
- verschieblich
- unverschieblich

Die Ersatzlänge ist bei horizontal verschieblichen Systemen wesentlich größer, als bei unverschieblichen. Während sie bei unverschieblichen Systemen maximal gleich der Stablänge l_{col} sein kann, sind bei horizontal verschieblichen Systemen auch größere Ersatzlängen möglich.

Im vorangehenden Bild sind die vier EULER`schen Grundfälle dargestellt. Die Ersatzlänge schwankt zwischen 2-facher bis zu 0,5-facher Stablänge, je nach Randbedingung.

Für rahmenartige, unverschiebliche Tragwerke ist die Ersatzstablänge maßgebend vom Einspanngrad des Kopf- und Fußpunktes abhängig. Die Wendepunkte der Knickfigur liegen innerhalb des betrachteten Stabes und je nach Größe der elastischen Einspannung nahe am Stabende oder weiter vom Stabende entfernt. Der Beiwert für die Ersatzlänge liegt zwischen 0,5 und 1,0.

Da die Lage der Wendepunkte nur von dem Einspanngraden am Stabanfang und -ende abhängig sind, kann die Ermittlung der Ersatzlänge mit Hilfe des nachfolgenden Nomogramms durchgeführt werden.

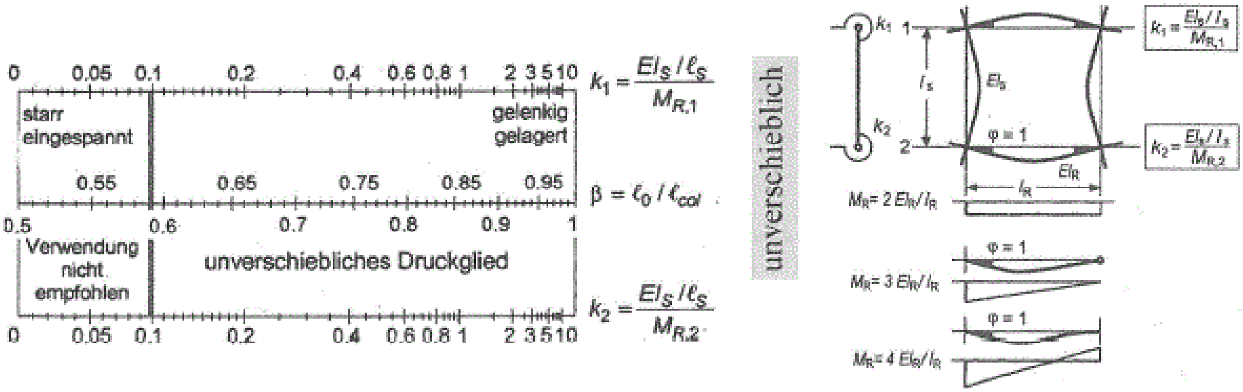


Bild 9.4: *Nomogramm zur Ermittlung der Ersatzlänge bei unverschieblichen Rahmentragwerken*

Hierzu sind die Steifigkeitsfaktoren am Stabanfang und Stabende zu ermitteln und in nachfolgende Formel einzusetzen:

$$\ell_0 = 0{,}5 \cdot \ell \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)}$$

Zu beachten ist hierbei, dass angrenzende Stäbe mit einer gelenkigen Endlagerung nur mit halber Steifigkeit eingehen. Zur Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalls in den Riegeln infolge Rissbildung wird generell eine Abminderung der Riegelsteifigkeiten auf 70 % empfohlen.

$$I_{R,eff} = 0{,}7 \cdot I_R$$

Ersatzlängenbeiwerte β für elastisch eingespannte Einfeldstäbe und einstielige, unverschiebliche Rahmen können aus nachfolgender Zusammenstellung entnommen werden.

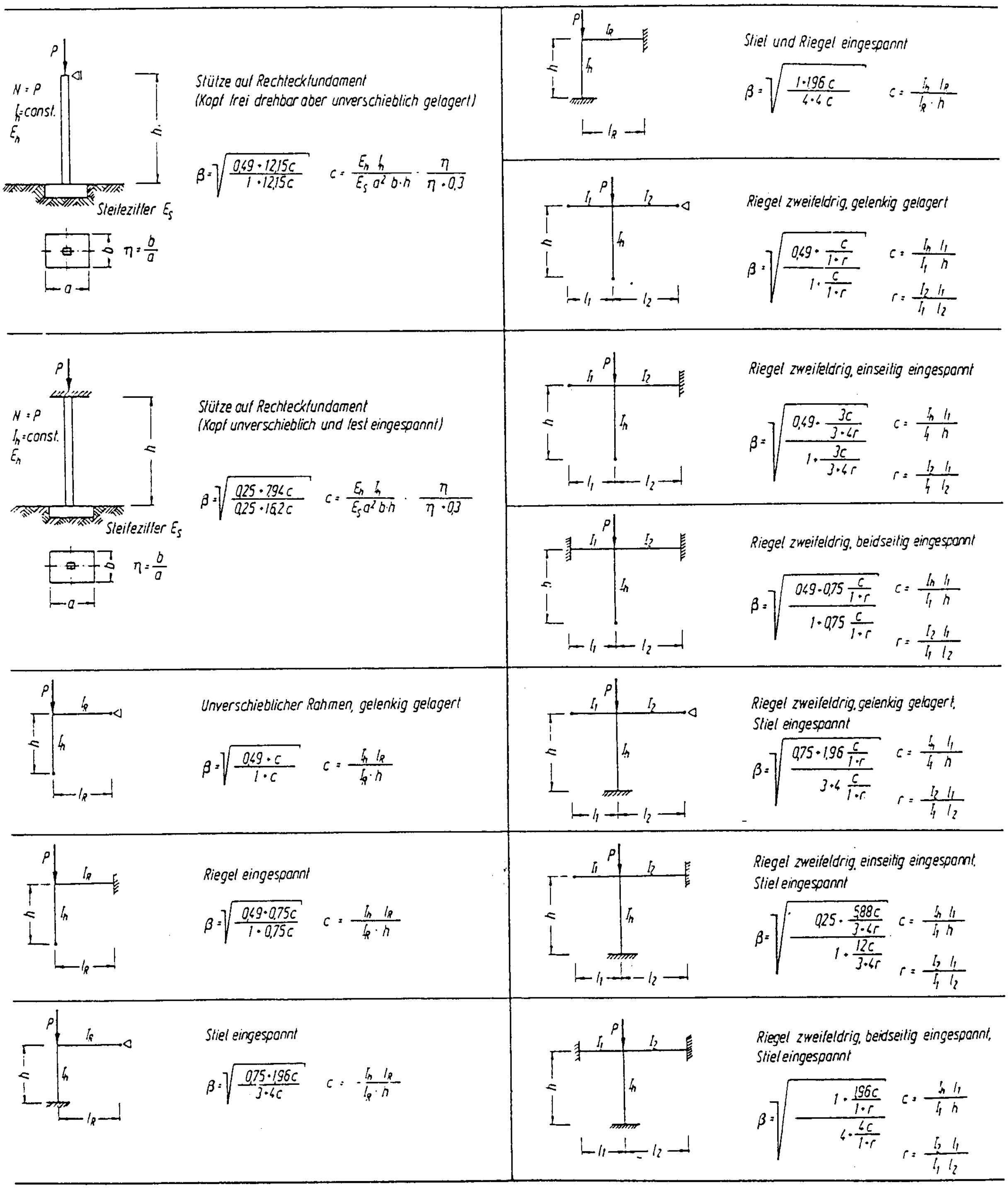


Bild 9.5: *Ersatzlängenbeiwerte elastisch eingesp. Einfeldstäbe und einstielige unverschiebliche Rahmen*

Bei verschieblichen Tragsystemen sind die Knoten bzw. die Stabenden der Druckstäbe horizontal verschieblich. Gehalten werden sie nur durch die biegesteifen Rahmenecken des Gesamtsystems. Die Verschieblichkeit vergrößert die Ersatzlänge. Grundsätzlich wird diese auch bei verschieblichen Druckstäben aus der Länge einer Halbwelle der Knickfigur bestimmt. Eine solche Halbwelle entsteht erst dann, wenn die Biegelinie über die Stablänge hinaus verlängert wird. Aus diesem Grunde ist die Ersatzlänge länger als die Stablänge.

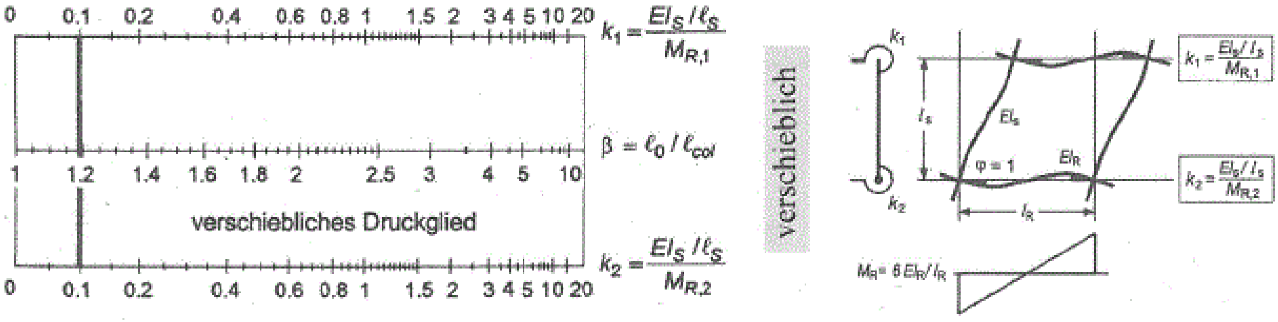


Bild 9.6: *Nomogramm zur Ermittlung der Ersatzlänge bei verschieblichen Rahmentragwerken*

Hierzu sind die Steifigkeitsfaktoren am Stabanfang und Stabende zu ermitteln und in nachfolgende Formel einzusetzen:

$$\ell_0 = \ell \cdot max\left\{\sqrt{\left(1+10\cdot\frac{k_1\cdot k_2}{k_1+k_2}\right)}\,;\left(1+\frac{k_1}{1+k_1}\right)\cdot\left(1+\frac{k_2}{1+k_2}\right)\right\}$$

Wegen der Rissbildung in den Riegeln sollte auch hier die Biegesteifigkeit nur zu 70% eingeführt werden. Zu geringe Abminderungen der Riegelsteifigkeiten ergeben zu geringe Ersatzlängen. Für verschiebliche Rahmentragwerke gilt das obige Nomogramm im Allgemeinen nur mit erheblichen Einschränkungen, weil es für einen regelmäßigen Rahmen mit mehreren Stockwerken und Feldern abgeleitet wurde. Zutreffende Ergebnisse werden erzielt, wenn der Wert ε_i für jeden Stiel *i* annähernd konstant bleibt. In Zweifelsfällen sollte entsprechende Literatur zu Rate gezogen werden, z.B. Heft 600 des DAfStb.

$$\varepsilon_i = \frac{s_i \cdot |N_i|}{E \cdot \ell_i} \qquad 0{,}80 \le \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1}} \le 1{,}25$$

Für den häufigen Fall der elastischen Einspannung von Stützen in Fundamente kann die Ersatzlänge gemäß Bild 9.7 berechnet werden. Dabei setzt sich der Abszissenwert $c \cdot s/(EI \cdot \pi)$ setzt sich aus folgenden Parametern zusammen:

EI = Biegesteifigkeit der Stütze

s = Stützenlänge

c = $c_F \cdot I_F$ mit $c_F = 2{,}5 \cdot \frac{E_s}{\sqrt{A_F}}$ und $A_F = b_F \cdot d_F$

sowie $I_F = \frac{b_F \cdot d_F^3}{12}$

b_F = Kantenlänge des Rechteckfundamentes quer zur Knickebene

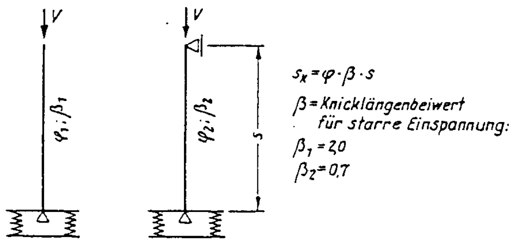
d_F = Kantenlänge des Rechteckfundamentes in Richtung der Knickebene

Der Steifemodul E_s ist stark abhängig von der Lagerungsdichte des Bodens und sollte vom Baugrundgutachter angegeben werden. Anhaltswerte für E_s können aus Tafelwerken (z.B. Schneider-Bautabellen) entnommen werden.

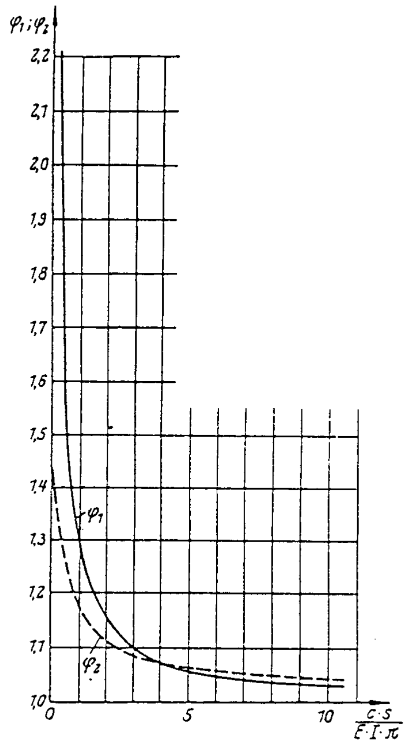
$$\ell_0 = \varphi_i \cdot \beta_i \cdot s$$

mit

β = Ersatzlängenbeiwert für starre Einspannung;
φ = Funktionswert aus nachfolgendem Diagramm, welcher in Abhängigkeit von der Boden- und Fundamentsteifigkeit eine Vergrößerung der Ersatzlänge erzeugt;
s = Stützenlänge



Knicklängenbeiwerte für elastisch eingespannte Stützen



Funktionen φ_1 und φ_2

Bild 9.7: *Ermittlung der Ersatzlänge bei elastisch eingespannten Einzeltraggliedern in Fundamente*

9.1.3 Schlankheit λ und Grenzschlankheit λ_{lim}

Ist die Ersatzlänge bekannt, kann die Schlankheit λ als ein Maß für den Einfluss von Verformungen auf die Tragfähigkeit eines druckbeanspruchten Bauteils eingeführt werden. Sie ergibt sich aus der Ersatzlänge l_0 und dem Trägheitsradius *i* des Querschnitts.

$$\lambda = \frac{\ell_0}{i_c} = \frac{\beta \cdot \ell_{col}}{\sqrt{I_c / A_c}}$$

mit

i_c = Flächenträgheitsradius (z.B. in [cm])
I_c = Flächenträgheitsmoment um die Achse senkrecht zur betrachteten Knickrichtung
A_c = Fläche des reinen Betonquerschnitts

Für die Knickgefährdung des Stabes ist sowohl die y- als auch die z-Achse zu untersuchen. Die Ersatzlänge kann auf Grund der Auflagerbedingungen für die beiden Achsen sehr unterschiedlich sein. Auch das Trägheitsmoment und damit der Trägheitsradius unterscheiden sich durch die geometrische Form für beide Richtungen. Lediglich beim Kreis und Quadrat ergeben sich gleiche Werte. Für den häufig verwendeten Rechteckquerschnitt ergibt sich der Trägheitsradius zu:

$$i = 0{,}289 \cdot h \quad \text{oder} \quad 0{,}289 \cdot b$$

und somit die Schlankheit

$$\lambda = 3{,}464 \cdot l_0/h \quad \text{oder} \quad 3{,}464 \cdot l_0/b$$

Ist der Einfluss der Theorie II. Ordnung gering, so darf im Stahlbetonbau auf eine Untersuchung der Zusatzmomente am verformten System verzichtet werden. Die Norm gibt hierfür Formeln zur Berechnung von Grenzschlankheiten λ_{lim} vor. Sind diese erfüllt, so ist eine Regelbemessung des Druckgliedes unter Einwirkung der planmäßigen Schnittgrößen durchzuführen (vgl. Kap. 9.3). Es gilt nachzuweisen, dass

$$\lambda \leq \lambda_{lim} = max \begin{Bmatrix} 25 \\ 16 / \sqrt{n_{Ed}} \end{Bmatrix} \quad ; \qquad n_{Ed} = \frac{|N_{Ed}|}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Bei zweiachsiger Lastausmitte darf das hier angegebene Schlankheitskriterium für jede Richtung einzeln überprüft werden; d.h. die Auswirkungen der Theorie II. Ordnung sind ggf. für beide Richtungen, für eine oder gar keine Richtung einzubeziehen.

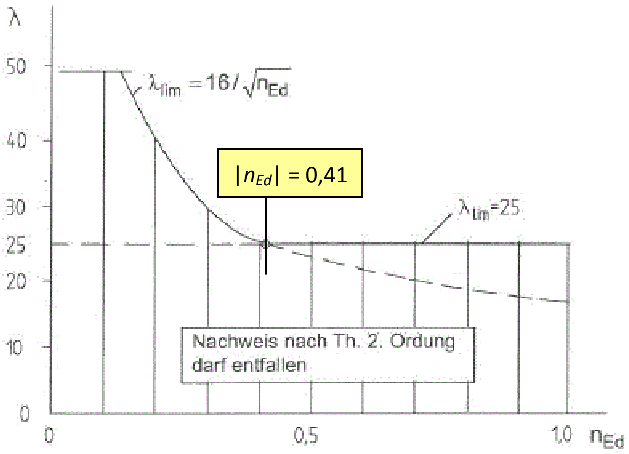


Bild 9.10: *Grenzschlankheit nach EC 2, 5.8.3*

9.2 Abgrenzung zwischen verschieblichen und unverschieblichen Systemen

Vor jeder Stabilitätsuntersuchung von Druckgliedern ist zu entscheiden, ob diese Bestandteil eines horizontal verschieblichen oder eines unverschieblichen Tragsystems sind.

Als unverschieblich gehalten dürfen Druckglieder in hinreichend ausgesteiften Tragsystemen angesehen werden. Ein Tragsystem ist i.a. dann ausreichend ausgesteift, wenn Wandscheiben, Treppenhausschächte oder ähnliche Bauteile in ausreichender Zahl und annähernd symmetrisch angeordnet die lotrechten, aussteifenden Bauteile bilden, welche nur kleine vernachlässigbare Verdrehungen um die Bauwerksachse zulassen. Der EC2 gibt mit Gl. 5.18 und Gl. NA.5.18.1 zwei Bedingungsgleichungen an, mit der die Seitensteifigkeiten (Translationssteifigkeit) in beiden Richtungen und die Verdrehsteifigkeit (Rotationssteifigkeit) des Aussteifungssystems im Gesamttragwerk überprüft werden können. Bei Einhaltung der Bedingungen gilt das Gesamttragwerk als ausreichend ausgesteift, so dass die einzelnen Druckglieder als horizontal unverschieblich betrachtet werden dürfen. Ein Tragsystem, das in diesem Sinne nicht als hinreichend ausgesteift angesehen werden kann, gilt als verschieblich. Es sind dann auch Nachweise am Gesamttragwerk nach Theorie II. Ordnung durchzuführen.

Die 1. Bedingung bezüglich der Seitensteifigkeit (getrennt für jede Seite untersuchen) lautet:

$$\frac{F_{V,Ed} \cdot L^2}{\sum E_{cd} \cdot I_c} \leq 0{,}31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6}$$

Dabei ist:

$F_{V,Ed}$ = die gesamte vertikale Last mit γ_F = 1,0 (auf ausgesteifte und aussteifende Bauteile);

n_s = die Anzahl der Geschosse;

L = die Gesamthöhe des Gebäudes oberhalb der Einspannung

E_{cd} = der Bemessungswert des Beton-E-Moduls mit $E_{cd} = E_{cm}/1{,}2$;

I_c = das Trägheitsmoment des ungerissenen Betonquerschnitts der aussteifenden Bauteile.

Es wird vorausgesetzt, dass

- ein ausreichender Torsionswiderstand des Aussteifungssystems vorhanden ist,
- die Schubkraftverformungen am Gesamttragwerk vernachlässigbar sind (wie in Aussteifungssystemen überwiegend aus Wandscheiben ohne große Öffnungen),
- die Aussteifungsbauteile starr gegründet, d.h. Verdrehungen vernachlässigbar sind,
- die Steifigkeiten der Aussteifungsbauteile entlang der Höhe annähernd konstant sind und
- die gesamte vertikale Last pro Stockwerk annähernd gleichmäßig zunimmt.

Wenn die lotrecht aussteifenden Bauteile nicht annähernd symmetrisch angeordnet sind oder nicht vernachlässigbare Verdrehungen zulassen, muss zusätzlich die Verdrehsteifigkeit der Aussteifungssystems aus der Kopplung der Wölbsteifigkeit $E_{cd} \cdot I_\omega$ und der Torsionssteifigkeit $G_{cd} \cdot I_T$ folgender Gleichung genügen, um Nachweise am Gesamtsystem nach Theorie II. Ordnung vernachlässigen zu dürfen:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{E_{cd} \cdot I_\omega}{\sum_j F_{V,Ed,j} \cdot r_j^2}} + \frac{1}{2{,}28} \cdot \sqrt{\frac{G_{cd} \cdot I_T}{\sum_j F_{V,Ed,j} \cdot r_j^2}} \right)^2} \leq 0{,}31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6}$$

Dabei sind als weitere Größen:

r_j = der Abstand der Stütze j vom Schubmittelpunkt des Gesamtsystems;

$F_{V,Ed,j}$ = der Bemess.-wert der Vertikallast der aussteifenden und ausgesteiften Bauteile j mit γ_F = 1,0;

$E_{cd} \cdot I_\omega$ = die Summe der Nennwölbsteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (Bemessungswert)

$G_{cd} \cdot I_T$ = die Summe der Torsionssteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (St. Venant'sche Torsionssteifigkeit, Bemessungswert)

Diese Berechnungen sind sinnvollerweise rechnergestützt durchzuführen. Einen Eindruck über die aufwendige Bestimmung der Wölb- und Torsionssteifigkeiten eines Aussteifungssystems erhält man beim Studium des Abschnittes „Gesamtstabilität" in Bautabellenbüchern (z.B. im Baustatikteil des Schneiders).

Ist das Gebäude ausgesteift, können Einzeldruckglieder unabhängig vom Rest des Bauwerks betrachtet werden und es kann ein Stabilitätsnachweis für Einzeldruckglieder geführt werden.

9.3 Bemessung von Einzeldruckgliedern mit $\lambda \leq \lambda_{lim}$

Hier werden Bemessungsverfahren für Druckglieder vorgestellt, bei denen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung vernachlässigt werden dürfen.

Bei Stützen und ähnlichen Bauteilen dominiert die Normalkraft. Die planmäßige Ausmitte $e_0 = M_{Ed} / N_{Ed}$ ist in der Regel kleiner als die Kernweite des Querschnitts. Die Querschnittsfläche weist hier nur Druckspannungen auf. Man spricht dann von kleiner Ausmitte, wenn infolge N_{Ed} und M_{Ed} in einem Stahlbetonquerschnitt Dehnungslinien innerhalb des Dehnungsbereiches 5 erzeugt (vgl. Kap. 3.2) werden.

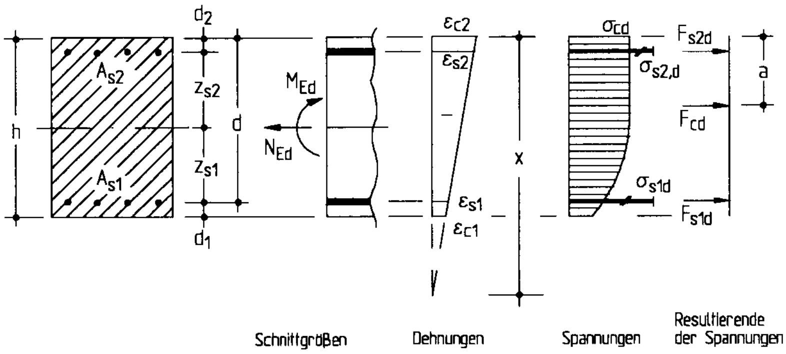


Bild 9.11: *Schnittgrößen und Spannungen im Dehnungsbereich 5*

Da nur Druckspannungen auftreten, liegt die Dehnungsnulllinie außerhalb des Querschnitts ($x > h$). Der Nachweis der Tragfähigkeit kann mit den folgenden Gleichungen erbracht werden:

$$N_{Rd} = -|F_{cd}| - |F_{s1d}| - |F_{s2d}|$$

$$M_{Rd,s} = |F_{cd}| \cdot (d - a) + |F_{s2d}| \cdot (d - d_2)$$

Die anteiligen Längskräfte des Betons ergeben sich aus

$$F_{cd} = h \cdot b \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

und die der beiden Bewehrungsmengen aus

$$F_{s1d} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1d}$$

$$F_{s2d} = A_{s2} \cdot \sigma_{s2d}$$

Der Abstand der Betondruckkraft vom stärker gedrückten Rand ergibt sich aus

$$a = k_a \cdot h$$

Die Größe k_a und der Völligkeitsbeiwert α_v sind von der Betonstauchung abhängig. Für Beton der Festigkeitsklasse bis C 50/60 ergibt sich (für einen Rechteckquerschnitt):

$$k_a = \frac{6}{7} \cdot \frac{441 - 64 \cdot (|\varepsilon_{c2}| - 2)^2}{756 - 64 \cdot (|\varepsilon_{c2}| - 2)^2}$$

$$a_v = 1 - \frac{16}{189} \cdot (|\varepsilon_{c2}| - 2)^2$$

Hierbei ist vernachlässigt, dass bei geringen Ausmitten bis $e/h < 0{,}1$ die Betonstauchung $\varepsilon_c = -2{,}2\ ^o/_{oo}$ im Punkt C (vgl. Kap. 3.2) betragen darf. Bei der Herleitung der obigen Formeln ist die Betonstauchung im

Punkt C auf 2,0 °/oo begrenzt worden, was bei zentrisch gedrückten Querschnitten zu etwas ungünstigeren Ergebnissen führt.

Betrachtet man (rein theoretisch) eine Stütze unter zentrischer Druckbeanspruchung, so ergibt sich die zulässige Beanspruchung aus der Addition der aufnehmbaren Lastanteile von Beton und Betonstahl.

$$N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd}$$

Der Anteil des Betons ergibt sich zu

$$F_{cd} = \left(A_c - A_s\right) \cdot f_{cd}$$

und des Betonstahls aus

$$F_{sd} = A_s \cdot \sigma_{sd}$$

Da die Betonstauchung ε_c = - 2,2 °/oo im Zustand der Tragfähigkeit beträgt, ist davon auszugehen, dass der Betonstahl in diesem Fall seinen Bemessungswert f_{yd} erreicht. Somit ergibt sich

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= \left(A_c - A_s\right) \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_{sd} \\ &= \left(A_c - A_s\right) \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \\ &= A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \left(f_{yd} - f_{cd}\right) \\ &= A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \cdot \kappa \end{aligned}$$

mit

$$\kappa = 1 - f_{cd} / f_{yd}$$

Hieraus lassen sich nun für die verschiedenen Betonfestigkeitsklassen Bemessungshilfen in Tabellenform aufstellen (vgl. Bild 9.12). Der κ-Wert berücksichtigt dabei die Nettoquerschnittsfläche des Betons, die aufgrund der Verdrängung durch Bewehrungseinlagen kleiner ausfällt als die Bruttoquerschnittsfläche.

Beispiel 9.1: Bemessung einer zentrisch auf Druck beanspruchten Rechteckstütze

Gegeben: Stahlbetonstütze b/h = 25/30 cm, die oben und unten unverschieblich in Deckenscheiben eingespannt ist. Der Einspanngrad beträgt an beiden Enden $k_1 = k_2 = 0{,}2$. Die Stütze hat eine Systemlänge von l = 2,7 m und wird zentrisch durch eine Druckkraft N_{Ed} = 1600 kN beansprucht. Als Baustoffe sind für den Beton C 20/25 und für den Betonstahl BSt 500 S zu berücksichtigen.

Gesucht: Erforderliche Längsbewehrung

Schlankheitsgrad:

$k_1 = k_2 = 0{,}20 \quad \rightarrow \quad \beta = \underline{0{,}66}$

$l_0 = \beta \cdot l_{col} = 0{,}66 \cdot 2{,}70 = 1{,}78$ m

$i = 0{,}289 \cdot 0{,}25 = 0{,}0723$

$\lambda = 178 / 7{,}23 = \underline{24{,}6 \leq 25{,}0}$ → Auswirkung nach Th. II. Ord. wird vernachlässigt.

Bemessung:

$\kappa = 1 - 11{,}3/434{,}8 = 0{,}974$

$A_{s,rqd} = (N_{Ed} - A_c \cdot f_{cd}) / (\kappa \cdot f_{yd})$

$= (1600 \cdot 10^{-3} - 0{,}3 \cdot 0{,}25 \cdot 11{,}3) / (0{,}974 \cdot 434{,}8) \cdot 10^4 = \underline{17{,}8 \text{ cm}^2}$

gewählt: 4 ∅ 25; ein Stab je Ecke; $A_s = \underline{19{,}1 \text{ cm}^2 \geq 17{,}8 \text{ cm}^2}$

Betonanteil F_{cd} (in MN)

- Reckteckquerschnitt **C 12/15**

h \ b	20	25	30	40	50	60	70	80
20	0,272	0,340	0,408	0,544	0,680	0,816	0,952	1,088
25		0,425	0,510	0,680	0,850	1,020	1,190	1,360
30			0,612	0,816	1,020	1,224	1,428	1,632
40				1,088	1,360	1,632	1,904	2,176
50					1,700	2,040	2,380	2,720
60						2,448	2,856	3,264
70							3,332	3,808
80								4,352

- Kreisquerschnitt **C 12/15**

D	20	25	30	40	50	60	70	80
	0,214	0,334	0,481	0,855	1,335	1,923	2,617	3,418

Betonanteil F_{cd} (in MN)

- Reckteckquerschnitt **C 20/25**

h \ b	20	25	30	40	50	60	70	80
20	0,453	0,567	0,680	0,907	1,133	1,360	1,587	1,813
25		0,708	0,850	1,133	1,417	1,700	1,983	2,267
30			1,020	1,360	1,700	2,040	2,380	2,720
40				1,813	2,267	2,720	3,173	3,627
50					2,833	3,400	3,967	4,533
60						4,080	4,760	5,440
70							5,553	6,347
80								7,253

- Kreisquerschnitt **C 20/25**

D	20	25	30	40	50	60	70	80
	0,356	0,556	0,801	1,424	2,225	3,204	4,362	5,697

Betonanteil F_{cd} (in MN)

- Reckteckquerschnitt **C 30/37**

h \ b	20	25	30	40	50	60	70	80
20	0,680	0,850	1,020	1,360	1,700	2,040	2,380	2,720
25		1,063	1,275	1,700	2,125	2,550	2,975	3,400
30			1,530	2,040	2,550	3,060	3,570	4,080
40				2,720	3,400	4,080	4,760	5,440
50					4,250	5,100	5,950	6,800
60						6,120	7,140	8,160
70							8,330	9,520
80								10,88

- Kreisquerschnitt **C 30/37**

D	20	25	30	40	50	60	70	80
	0,534	0,835	1,202	2,136	3,338	4,807	6,542	8,545

Stahlanteil F_{sd} (in MN)

- Stabstahl **BSt 500**

n \ d	12	14	16	20	25	28
4	0,197	0,268	0,350	0,546	0,854	1,071
6	0,295	0,402	0,525	0,820	1,281	1,606
8	0,393	0,535	0,699	1,093	1,707	2,142
10	0,492	0,669	0,874	1,366	2,134	2,677
12	0,590	0,803	1,049	1,639	2,561	3,213
14	0,688	0,937	1,224	1,912	2,988	3,748
16	0,787	1,071	1,399	2,185	3,415	4,283
18	0,885	1,205	1,574	2,459	3,842	4,819
20	0,983	1,339	1,748	2,732	4,268	5,354

Abminderungsfaktor κ
(für den Stahlanteil F_{sd})

Beton	κ
C 12/15	0,984
C 20/25	0,974
C 30/37	0,961

Gesamttragfähigkeit

$$|N_{Rd}| = F_{cd} + \kappa \cdot F_{sd}$$
$$\approx F_{cd} + F_{sd}$$

Beispiel

Stütze 30/50 cm, Beton C 20/25, bewehrt mit Stäben 8 ⌀ 16, BSt 500

gesucht:

Tragfähigkeit bei Beanspruchung unter einer zentrischen Druckkraft

Lösung:

$$N_{Rd} = F_{cd} + \kappa \cdot F_{sd}$$
$$= 1{,}700 + 0{,}974 \cdot 0{,}699 = 2{,}381 \text{ MN}$$

h, b Abmessungen des Querschnitts (in cm)
D Durchmessser des Querschnitts (in cm)
n Stabanzahl
d Stabdurchmesser (in mm)

Bild 9.12: *Bemessungshilfen für zentrisch aufnehmbare Längsdruckkräfte*

Beispiel 9.2: Bemessung einer zentrisch auf Druck beanspruchten Rundstütze

Gegeben: Für eine runde Stahlbetonstütze (d = 40 cm) ohne Knickgefahr (λ < 25) mit einer Längsbewehrung von 6 ∅ 20 soll die aufnehmbare zentrische Druckbelastung ermittelt werden. Hierbei sind zwei Betonfestigkeitsklassen zu unterscheiden, und zwar C20/25 und C30/37.

Gesucht: max. aufnehmbare Längsdruckkraft

Ermittlung von N_{Rd} mit Hilfe der Bemessungstafeln nach Bild 9.12:

a) C 20/25: $N_{Rd} = (1{,}424 + 0{,}974 \cdot 0{,}820) \cdot 10^3$ = 2223 kN

b) C 30/37: $N_{Rd} = (2{,}136 + 0{,}961 \cdot 0{,}820) \cdot 10^3$ = 2924 kN

Bei Druckgliedern sollte grundsätzlich eine Mindestausmitte von $e_0 = h/30 \geq 20$ mm in jeweils ungünstigster Richtung berücksichtigt werden, um damit den Imperfektionen zu begegnen. Imperfektionen ergeben sich aus Schiefstellung oder vorverformten Schalungen, Unzulänglichkeiten im Betongefüge, Lageabweichungen der Bewehrungselemente vom planmäßigen Zustand, vom Plan abweichende Einleitung der Last am Stützenkopf etc.). Die Mindestausmitte führt somit zu einer (geringfügigen) Abminderung der Tragfähigkeit N_{Rd}.

Vergrößert sich die Ausmitte, so dass auch Zugspannungen im Querschnitt auftreten, kann bei einseitiger Bewehrung das ω-Verfahren (oder auch das k_d-Verfahren) verwendet werden. Um abzuschätzen, ob ein biegebeanspruchtes Bauteil oder ein Druckglied vorliegt, kann die bezogene Exzentrizität herangezogen werden.

$0 \geq e_0/h < 3{,}5$ → Druckglied; überwiegend auf Normalkraft beansprucht

$e_0/h \geq 3{,}5$ → Balken; überwiegend auf Biegung beansprucht

Die oben genannten Biegebemessungsverfahren führen dann zu unwirtschaftlichen Ergebnissen, wenn der Querschnitt wegen wechselnder Vorzeichen der Ausmitten symmetrisch bewehrt muss. Gerade bei Stützen, die H-Kräfte aus Windeinwirkungen ableiten müssen, ist eine symmetrische Bewehrungsführung ($A_{s1} = A_{s2}$) unumgänglich.

Deshalb sind die sogenannten Interaktionsdiagramme entwickelt worden, mit denen in Interaktion zwischen einem Biegemoment und einer Längskraft die erforderliche Bewehrung ermittelt wird. Die Diagramme decken alle fünf Dehnungsbereiche ab. Mit ihnen können also Querschnitte unter zentrischem Zug (Beginn Dehnungsbereich 1) bis zum zentrischen Druck (Ende Dehnungsbereich 5) bemessen werden. Mit ihnen lassen sich auch rein auf Biegung beanspruchte Querschnitte bemessen, was jedoch wegen der symmetrischen Bewehrung (Zugbewehrung in der Zugzone = Druckbewehrung in der Betondruckzone) zu unwirtschaftlichen Ergebnissen führt; es sei denn, dass die Druck- und Zugzone im Querschnitt durch wechselnde Biegebeanspruchungen die Seiten tauschen.

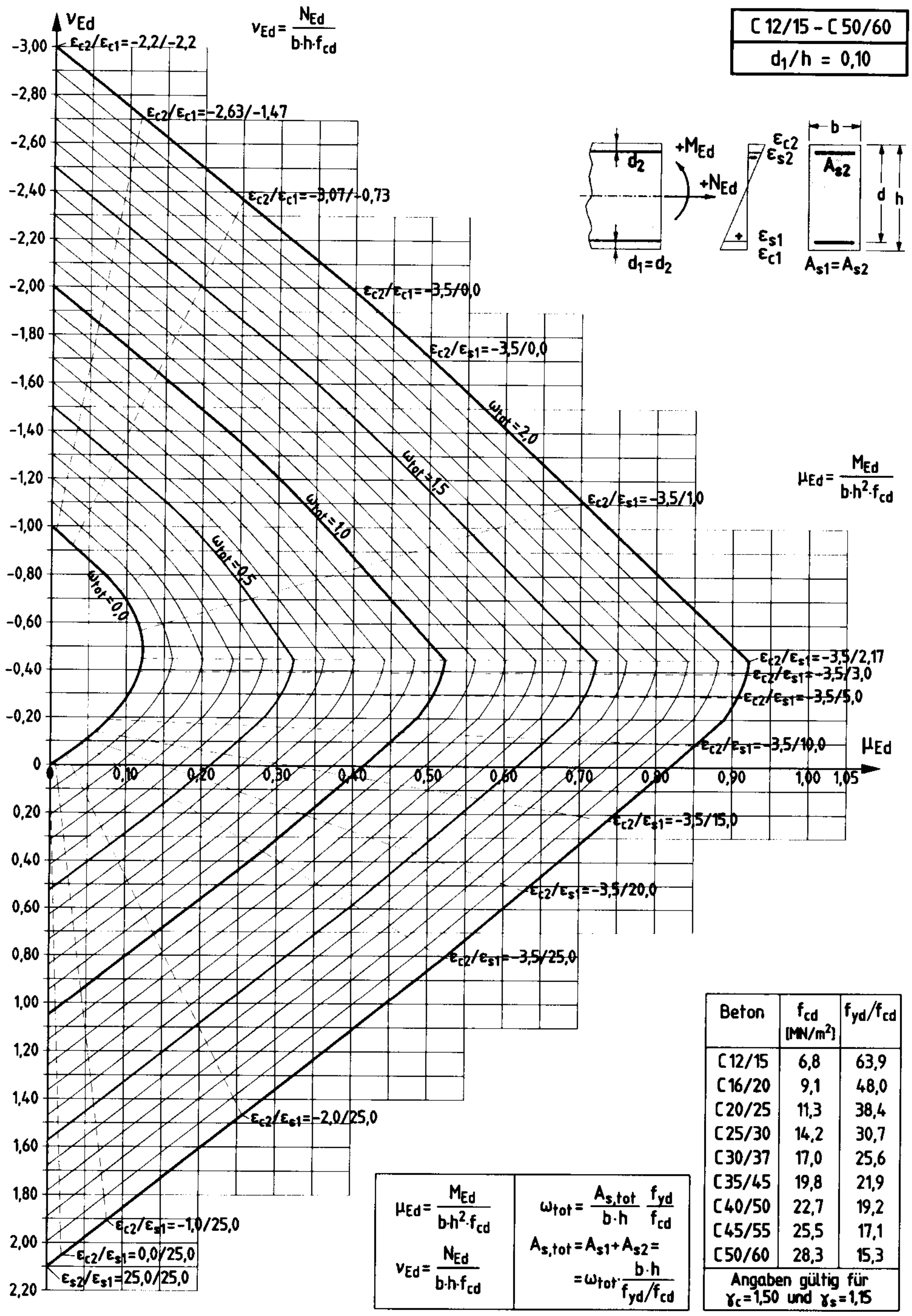
Die Interaktionsdiagramme enthalten eine Vielzahl von Kurven, die jeweils einem bestimmten mechanischen Bewehrungsgrad

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

zugeordnet sind und in Abhängigkeit von den bezogenen (normierten) Bemessungsschnittgrößen

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad\qquad \mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

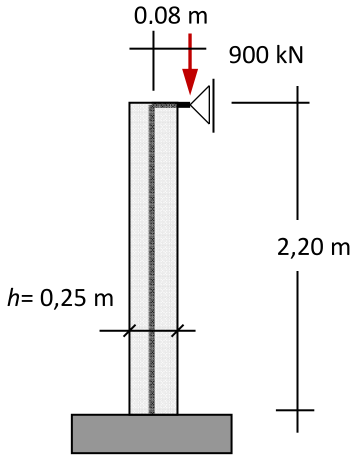
die rechnerisch aufnehmbaren Schnittgrößen des Querschnitts im Grenzzustand der Tragfähigkeit angeben (Bild 9.13). Ein unterschiedlicher Randabstand wird durch den zusätzlichen Parameter $d_1/h = d_2/h$ berücksichtigt.



Beton	f_{cd} [MN/m²]	f_{yd}/f_{cd}
C12/15	6,8	63,9
C16/20	9,1	48,0
C20/25	11,3	38,4
C25/30	14,2	30,7
C30/37	17,0	25,6
C35/45	19,8	21,9
C40/50	22,7	19,2
C45/55	25,5	17,1
C50/60	28,3	15,3

Bild 9.13: *Interaktionsdiagramm für symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt*

Beispiel 9.3: Bemessung einer exzentrisch auf Druck beanspruchten Rechteckstütze mit Hilfe des Interaktionsdiagramms



Gegeben: horizontal unverschiebliche Stütze mit b/h = 30/25 cm aus C 20/25 und BSt 500S. Die Stütze ist unten eingespannt und am Kopf gelenkig gelagert. Die Einwirkung ist eine exzentrische Druckkraft von F_{Ed} = -900 kN und e_0 = 8 cm.

Gesucht: erforderliche symmetrische Stützenbewehrung

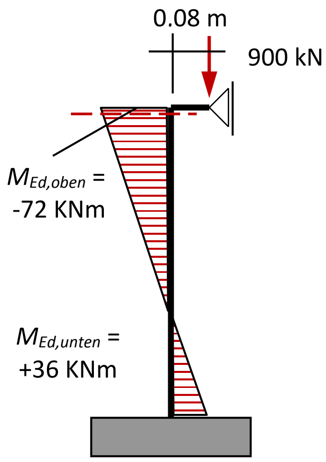
Schlankheitsgrad:

$i\ = 0{,}289 \cdot 0{,}25 = 7{,}23$ cm

$k_1 = \infty;\ k_2 = 0{,}1 \quad \rightarrow \beta = 0{,}77$

$l_0 = \beta \cdot l_{col} = 0{,}77 \cdot 2{,}2 = \underline{1{,}69\ \text{m}}$

$\lambda = 169 / 7{,}23 = \underline{23{,}4 \leq 25} \rightarrow$ Auswirkung nach Th. II. Ord. wird vernachlässigt.



Schnittgrößen:

maßgebende Biegebeanspruchung am Stützenkopf

$M_{Ed} = 900 \cdot 0{,}08 = (-)\underline{72\ \text{kNm}}$

$N_{Ed} = -\ 900$ kN

Mindestmoment (nicht maßgebend):

$h/20 = 0{,}25/20 = 0{,}0125\,\text{m} \leq 0{,}08$ m

Bemessung:

$e_0/h = 72 / 900 / 0{,}25 = 0{,}32 \leq 3{,}5 \rightarrow$ Druckglied

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{-900 \cdot 10^{-3}}{0{,}25 \cdot 0{,}30 \cdot 11{,}3} = -1{,}062$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{72 \cdot 10^{-3}}{0{,}30 \cdot 0{,}25^2 \cdot 11{,}3} = 0{,}340$$

Ablesewert aus Interaktionsdiagramm mit $d_1/h = 0{,}2 \rightarrow \omega_{tot} = 1{,}00$

$A_{s,tot,rqd} = 1{,}00 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}30 / 38{,}4 \cdot 10^4 = \underline{19{,}5\ \text{cm}^2}$

gewählt: 4 ∅ 25, ein Stab je Ecke; $A_{s,tot} = \underline{19{,}6\ \text{cm}^2 \geq 19{,}5\ \text{cm}^2}$

9.4 Bemessung von Einzeldruckgliedern mit $\lambda > \lambda_{lim}$

9.4.1 Allgemeines

Stellt sich beim Vergleich der Schlankheit λ mit den Grenzwerten λ_{lim} heraus, dass diese überschritten sind, so sind die Auswirkungen der Theorie II. Ordnung zu berücksichtigen; d.h. es müssen die Gleichgewichtsbedingungen und die Tragfähigkeit am verformten System nachgewiesen werden. Die Verformungen müssen unter Berücksichtigung der maßgebenden Auswirkungen von Rissen, nichtlinearer Baustoffeigenschaft und des Kriechens berechnet werden. Darüber hinaus sind bei diesen Berechnungen

Unsicherheiten hinsichtlich der Geometrie und der Lage der axialen Lasten als tragfähigkeitsmindernde Einflüsse durch Ansatz von geometrischen Imperfektionen (Schiefstellungen, Vorkrümmungen) zu berücksichtigen. In der nachfolgenden Zusammenstellung sind einige Parameter aufgeführt, die die Tragfähigkeit eines knickgefährdeten Druckgliedes beeinflussen:

- Die Stabschnittgrößen
    - Größe der Druckkraft
    - Verhältnis Moment / Druckkraft
    - Verteilung der Biegemomente
- Die Stabgeometrie
    - Querschnittsform
    - Verteilung der Bewehrung
- Materialverhalten des Verbundwerkstoffes
    - Nichtlineare Spannungs-Dehnungslinien für Beton und Betonstahl
    - Unterschiedliches Verhalten des Betons auf Druck und Zug
    - Sprunghafte Änderung der Steifigkeit beim Auftreten der ersten Risse
    - Fließen der Bewehrung beim Überschreiten der Streckgrenze
    - Spannungsumlagerungen durch Kriechen und Schwinden
- Die Randbedingungen des Stabes
    - Freier Rand
    - Gelenkige Lagerung
    - Volle Einspannung
- Die Stabverformungen
    - Vorverformungen
    - Verschiebung von Stabenden
    - Stabauslenkung infolge der Lasteinwirkungen
    - Einfluss der Verformungen infolge Theorie II. Ordnung
    - Kriecheinflüsse

Bei den Stabschnittgrößen hat neben der Größe der Druckkraft und der Ausmitte, insbesondere die Verteilung der Momente einen wesentlichen Einfluss auf die kritische Last. Stabausmitten können am oberen und unteren Stabende gleich groß oder unterschiedlich sein. So kann z.B. die Stabausmitte an einem Stabende gleich null sein, oder die Stabausmitten am Ende weisen entgegengesetzte Richtungen auf. Die Stabausmitte hat einen entscheidenden Einfluss auf die kritische Last F_k, wobei eine gleichgerichtete Stabendausmitte den ungünstigsten Fall darstellt, d.h., die kleinste kritische Last ergibt. Für die Bemessung wird deshalb dieser Fall unterstellt.

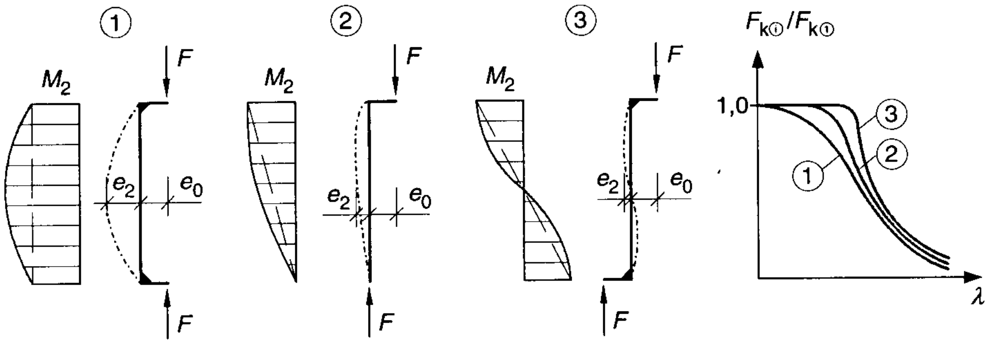


Bild 9.14: *Einfluss der Stabendausmitte auf die kritische Last (hier: e_2 = Verform. infolge Th. II. Ord.)*

Der Werkstoffeinfluss führt zu einem sehr hohen Rechenaufwand, um eine wirklichkeitsnahe Traglast von knickgefährdeten Stahlbetondruckgliedern zu bestimmen. Anhand der Momenten-Krümmungsbeziehung soll das Verhalten des Verbundwerkstoffes aufgezeigt werden.

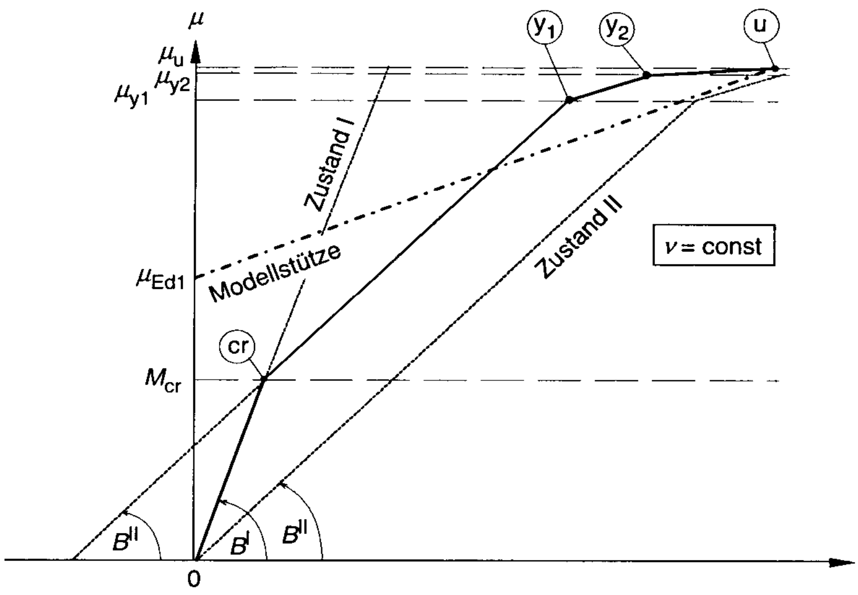


Bild 9.15: *Linearisierte Momenten-Krümmungs-Beziehung* *h/r*

In dem obigen Bild wurden die bezogenen Momente μ und die bezogene Krümmung h/r aufgetragen. Im Zustand I ergibt sich die Steigung der Momenten-Krümmungsbeziehung durch die bezogene Biegesteifigkeit in der Form

$$B^I = \frac{E \cdot I^I}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

Bei Erreichen der Größe des Biegemomentes M_{cr}, welches maßgeblich von der Druckkraft abhängig ist, kommt es zur Rissbildung im Betonquerschnitt. Die Steigung der Momenten-Krümmungsbeziehung wird flacher, da die Steifigkeit *B* abnimmt. Für den Fall des Druckgliedes ergeben sich kurz vor dem Versagen zwei Fließpunkte y_1 und y_2 für die beiden Bewehrungsstränge. Je nach Beanspruchungsverhältnis aus Längskraft und Biegemoment kann zuerst die Druck- oder die Zugseite fließen.

Um diese Vielzahl von Einflüssen in den Griff zu bekommen, werden umfangreiche Versuche und Vergleichsrechnungen durchgeführt, um zu einem möglichst einfachen Bemessungsverfahren für knickgefährdete Druckglieder zu gelangen. Als eines der in der Norm geregelten vereinfachten Bemessungsverfahren für Einzeldruckglieder hat sich das Modellstützenverfahren etabliert, dass in nachfolgenden Kapitel genauer vorgestellt werden soll.

9.4.2 Modellstützenverfahren

Der EC 2 beschreibt im Abschnitt 5.8.8 das sogenannte Modellstützenverfahren (hier unter dem Begriff „Verfahren mit Nennkrümmung). Diese Verfahren eignet sich vor allem für Einzelstützen mit konstanter Normalkraftbeanspruchung und einer definierten Knicklänge l_0. Mit dem Verfahren wird ein Nennmoment mit einer Verformung nach Theorie II. Ordnung berechnet, die auf der Grundlage der Knicklänge und einer geschätzten Maximalkrümmung ermittelt wird.

Die folgenden Voraussetzungen müssen für die Anwendung dieses Verfahrens erfüllt sein:

- Runder oder viereckiger Querschnitt
- Querschnitt einschließlich Bewehrung konstant über die Stützenhöhe
- Planmäßige Lastausmitte $e_0 \geq 0{,}1 \cdot h$, mit der Dicke h des Querschnitts in der betrachteten Ebene

Bei Lastausmitten $e_0 < 0{,}1 \cdot h$ ist das Modellstützenverfahren auch anwendbar, jedoch sind andere Näherungen geeigneter. Diese sollen im Heft 600 des DAfStb geregelt werden.

Als Modellstütze wird eine Kragstütze verwendet, mit der Länge $l_0/2$. Sie ist am Stützenfußpunkt voll eingespannt und am Stützenkopf frei verschieblich. Es wird die Wirkung der Längskräfte am Kopf mit der planmäßigen Lastausmitte e_0 angesetzt. Der Stab erhält eine einfach gekrümmte Verformungsfigur, sodass sich die maximale Momentenbeanspruchung in der Einspannstelle befindet.

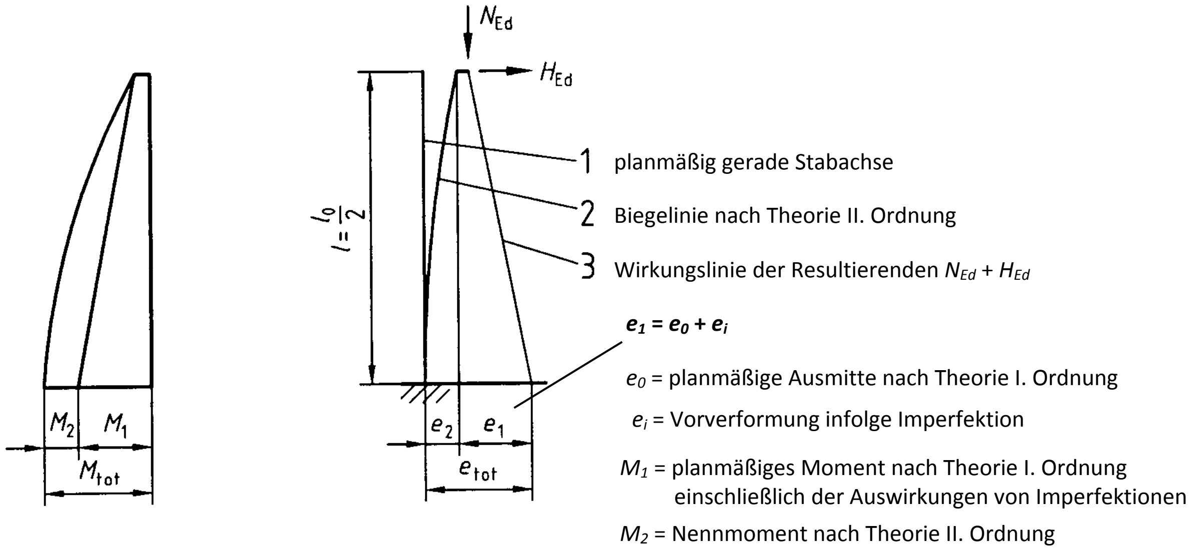


Bild 9.16: *Modellstütze*

Das Maximalmoment für M_{Ed} wird durch den Verlauf von M_1 und M_2 bestimmt. Der Momentenverlauf von M_2 darf als sinus- oder parabelförmig über die Knicklänge angenommen werden. Die gesamte Ausmitte im Fußpunkt ergibt sich aus

$$e_{tot} = e_0 + e_i + e_2 = e_1 + e_2$$

Hierin sind

e_0	planmäßige Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung
e_i	ungewollte Zusatzausmitte (berücksichtigt die Imperfektionen)
e_2	Lastausmitte nach Theorie II. Ordnung (ggf. einschließlich des Kriecheinflusses)

Die planmäßige Lastausmitte e_0 wird im Allgemeinen ermittelt aus

$$e_0 = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$$

Für unverschieblich gehaltene, elastisch eingespannte Stützen ohne Querlasten kann die planmäßige Lastausmitte mit Hilfe der nachfolgenden Gleichungen bestimmt werden (vgl. Bild 9.17):

- an beiden Enden gleiche Lastausmitten: $e_0 = e_{01} = e_{02}$
- an beiden Enden unterschiedliche Lastausmitten (Ausmitten sind vorzeichengerecht einzusetzen):

$$e_0 = max \begin{Bmatrix} 0{,}6 \cdot e_{02} + 0{,}4 \cdot e_{01} \\ 0{,}4 \cdot e_{02} \end{Bmatrix} \qquad \text{mit } |e_{01}| \le |e_{02}|$$

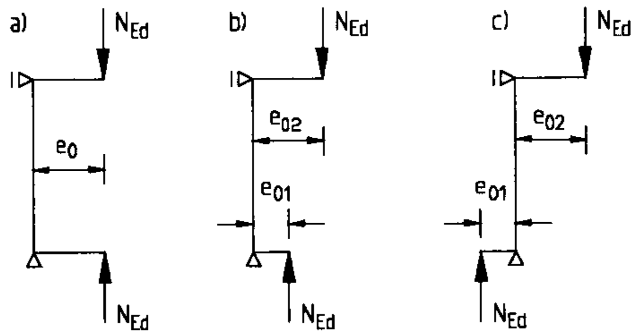


***Bild 9.17:** Wirksame Lastausmitte von elastisch eingespannten, unverschieblichen Stützen*

Die Imperfektion ist als Zusatzausmitte e_i wie schon erläutert in der folgenden Form in ungünstigster Richtung zu berücksichtigen:

$$e_i = \theta_i \cdot l_0 / 2$$

Dabei ist:

$$\theta_i = \frac{1}{200} \cdot \alpha_h \qquad \text{mit} \qquad 0 \le \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l\,[m]}} \le 1{,}0$$

Die Ausmitte nach Theorie II. Ordnung e_2 ist an dem Stabwerksmodell unter Berücksichtigung des Bemessungswertes des Tragwerkswiderstands nach Theorie II. Ordnung zu ermitteln. Die stabile Gleichgewichtslage ist hierbei nachzuweisen. Vereinfacht darf die maximale Auslenkung wie folgt angenommen werden:

$$e_2 = K_1 \cdot 0{,}1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$$

Dabei ist der Beiwert K_1 vom Schlankheitsgrad abhängig.

$$K_1 = (\lambda/10) - 2{,}5 \qquad \text{für } 25 \le \lambda \le 35$$
$$K_1 = 1 \qquad \text{für } \lambda > 35$$

Auch für die Krümmung $1/r$ wird bei der Modellstütze eine Näherung angesetzt (vgl. unten). Für den maßgebenden Schnitt gilt:

$$(1/r) = K_r \cdot K_\varphi \cdot (1/r_0) = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{0{,}9 \cdot d} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45 \cdot d}$$

Der Beiwert K_r zur Berücksichtigung der Krümmungsabnahme bei Anstieg der Längskräfte ist wie folgt festgelegt:

$$K_r = \frac{N_{ud} - N_{Ed}}{N_{ud} - N_{bal}} \le 1{,}0$$

Hierin sind:

N_{Ed} = Bemessungswert der aufzunehmenden Normalkraft

N_{ud} = Bemessungswert der Grenztragfähigkeit des Querschnitts, der nur durch zentrischen Druck beansprucht wird ($M_{Ed} = 0$). Er darf angesetzt werden aus:

$N_{ud} = f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s$

N_{bal} = aufnehmbare Längsdruckkraft bei größter Momententragfähigkeit des Querschnitts. Bei rechteckigen Querschnitten darf dieser Wert näherungsweise angenommen werden zu

$N_{bal} = 0{,}4 \cdot f_{cd} \cdot A_c$

ε_{yd} = Bemessungswert der Stahldehnung an der Streckgrenze $\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$

d = statische Nutzhöhe des Querschnitts in der zu erwartenden Richtung des Ausknickens des Stabes

Der Beiwert K_φ berücksichtigt das Kriechen und wird wie folgt ermittelt:

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1{,}0$$

Hierin sind:

β = $0{,}35 + f_{ck} / 200 - \lambda / 150$ (Beiwert berücksichtigt Einfluss der Schlankheit auf das Kriechen)

φ_{ef} = die effektive Kriechzahl (vgl. Kap. 9.4.3)

Hintergrundinformation: Der Ansatz für die Verformung e_2 ergibt sich aus dem Prinzip der virtuellen Kräfte:

$$e_2 = \int \overline{M}_{(x)} \cdot (1/r)_{(x)} \, dx \quad = \int \overline{M}_{(x)} \cdot \frac{M_{Ed(x)}}{E \cdot I_{(x)}} dx$$

Die Integrationsgrenzen für die Modellstütze sind 0 und $l_0/2$. Durch die Einführung der Krümmung mit

$$(1/r)_{(x)} = \frac{M_{Ed(x)}}{E \cdot I_{(x)}}$$

und die Annahme, dass die Krümmung über die Stützenhöhe als unterer Grenzfall einen dreieckförmig und als oberer Grenzfall oder einen rechteckigen Verlauf aufweisen kann, ergibt sich

$$e_2 \geq \left(\tfrac{1}{3}\right) \cdot l \cdot (1/r) \cdot l = \tfrac{1}{12} \cdot (1/r) \cdot l_0^2$$
$$e_2 \leq \left(\tfrac{1}{2}\right) \cdot l \cdot (1/r) \cdot l = \tfrac{1}{8} \cdot (1/r) \cdot l_0^2$$

und damit im Mittel zu

$$e_2 \approx \tfrac{1}{10} \cdot (1/r) \cdot l_0^2 \quad = 0{,}1 \cdot (1/r) \cdot l_0^2$$

Bei der Berücksichtigung der Verformung e_2 in dieser Näherungsform liegt die Streuung des Fehlers bei maximal ca. 20 %. Diese Gleichung ist mit der Näherung im EC 2, 5.8.8 identisch, wenn man zusätzlich den Faktor K_1 einführt, der den Übergang von nicht verformungsempfindlichen zu den stabilitätsgefährdeten Stützen berücksichtigt. Dieser Übergang ist bis $\lambda = 35$ definiert. Die Krümmung $1/r$ erreicht ihren Größtwert, wenn gleichzeitig auf der Druck- und auf der Zugseite die Streckgrenze der Bewehrung erreicht wird:

$$\varepsilon_{yd,1} = -\varepsilon_{yd,2} = \left|\varepsilon_{yd}\right|$$

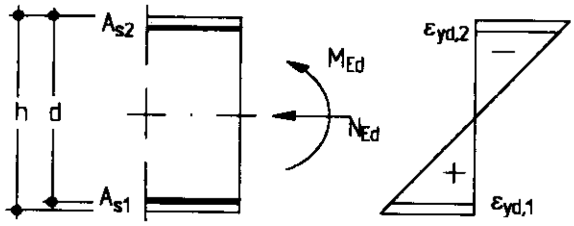


Bild 9.18: *Bemessungsmodell für die Ermittlung der Krümmung*

Bei einem gegenseitigen Abstand der Bewehrung von ca. 0,9 · *d* erhält man

$$\left(1/r_0\right) = \frac{2\cdot\varepsilon_{yd}}{0{,}9\cdot d} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45\cdot d}$$

Die maximale Krümmung ist durch die Stelle im Interaktionsdiagramm gekennzeichnet, an der das Biegemoment seinen Größtwert hat. Sie wird bei einem rechteckigen Querschnitt mit symmetrischer Bewehrung bei einer Längskraft N_{bal} erreicht, die ca. 40 % der maximal vom Betonquerschnitt aufnehmbaren Druckkraft N_{ud} entspricht.

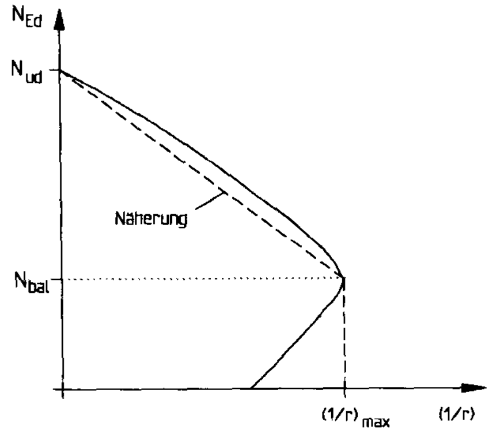


Bild 9.19: *Prinzipieller Krümmungsverlauf*

Mit zunehmender Längsdruckkraft nimmt die Krümmung ab und erreicht bei $N_{Ed} = N_{ud}$ den Wert Null. Die Abnahme der Krümmung (1/r) wird mit dem Korrekturfaktor K_r durch eine geradlinige Näherung berücksichtigt. Die Ermittlung des Korrekturfaktor K_r ist i.d.R. nur iterativ möglich, da der in der Berechnung von K_r enthaltene Wert N_{ud} von der bislang nicht bekannten Bewehrungsmenge A_s abhängig ist. Eine geschlossene Lösung ist letztlich nur mit Hilfe von besonderen Interaktionsdiagrammen möglich (vgl. Schneider; Bild 9.21).

Die für den Nachweis bei größeren Schlankheiten bestimmten Interaktionsdiagramme erfassen neben dem Rechteckquerschnitt nur noch den Kreisquerschnitt. Weicht die Querschnittsform eines Druckgliedes nicht erheblich vom Rechteck ab, darf näherungsweise der Knicksicherheitsnachweis nach dem Modellstützenverfahren mit einem Ersatzrechteckquerschnitt durchgeführt werden, unter Beibehaltung der ursprünglichen Werte I_c und A_c. Dabei darf aber auf keinen Fall die Höhe des Ersatzquerschnitts *h'* größer werden als die Höhe des vorhandenen, vom Rechteck abweichenden Querschnitts.

$$h' = \sqrt{12\cdot I_c/A_c} \quad ; \quad b' = A_c/h'$$

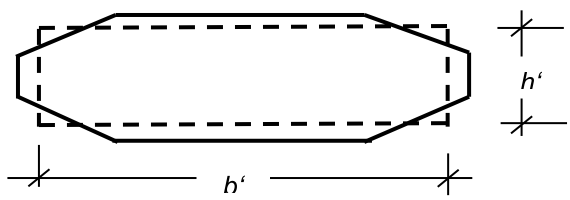


Bild 9.20: *Umwandlung eines Achtecks in ein Ersatzrechteck*

Das vorstehend erläuterte Näherungsverfahren versagt bei ausgeprägten T-, I- und Hohlquerschnitten. Für diese Querschnittsformen ist es zweckmäßiger, Momenten-Krümmungswerte für die jeweiligen Anwendungsbereiche zu ermitteln. Eine überschlägige Vorbemessung mit Hilfe der Diagramme zur näherungsweisen Bestimmung der erforderlichen Querschnittswerte leistet gute Dienste. Der Knicksicherheitsnachweis ist dann nach Theorie II. Ordnung zu führen.

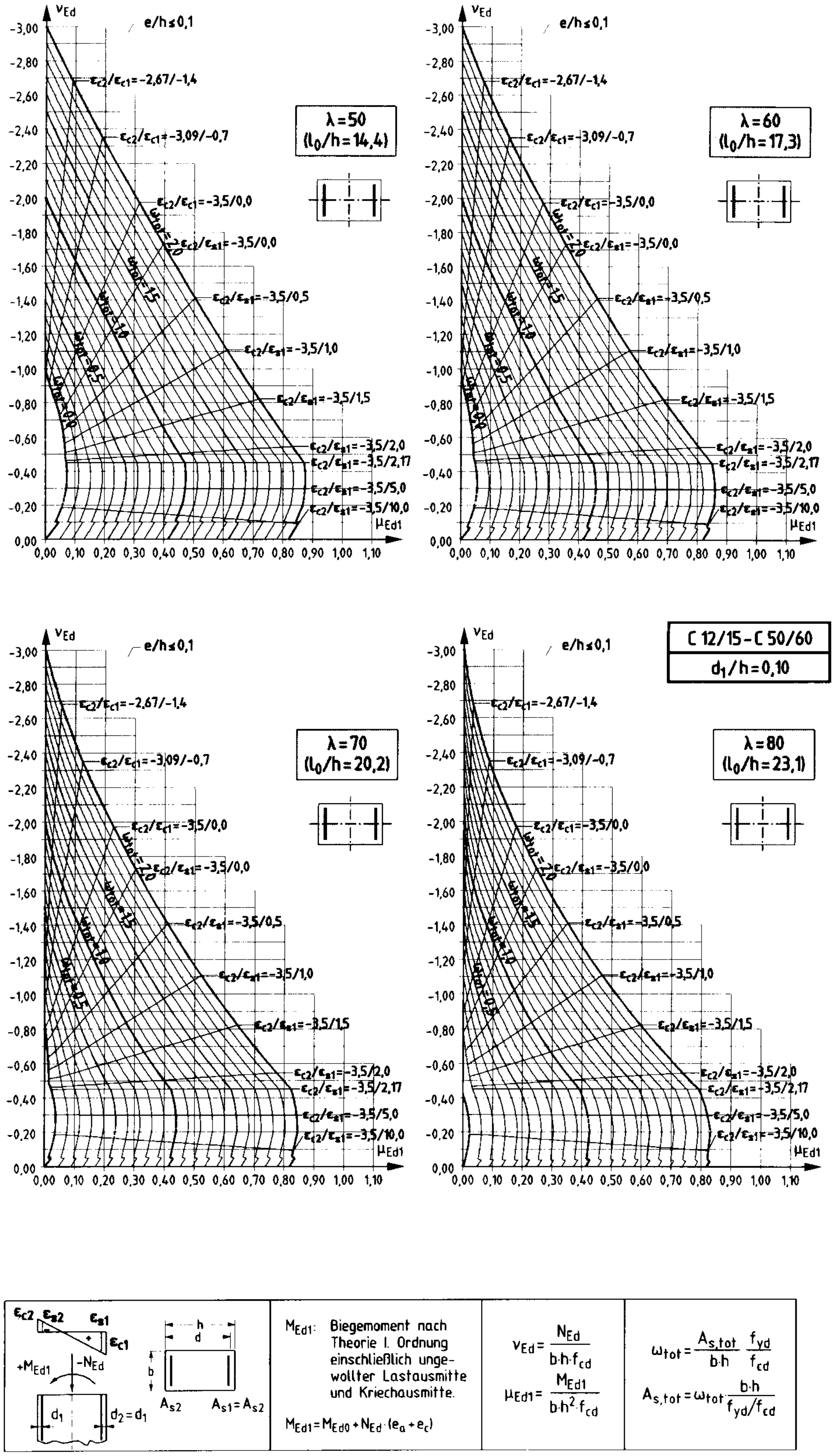
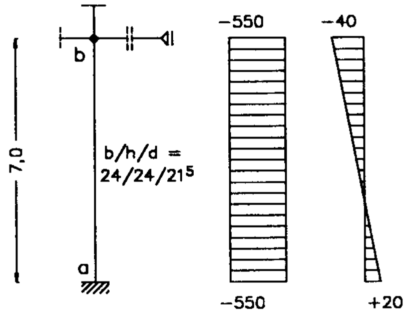


Bild 9.21: *Bemessungsdiagramm nach dem Modellstützenverfahren für λ = 50, 60, 70 und 80*

Beispiel 9.4: Bemessung einer unverschieblich gehaltenen Stütze



N_{Ed} M_{Ed}

Gegeben ist eine horizontal unverschieblich gehaltene Stütze mit b/h = 24/24 cm aus C 20/25 und BSt 500S. Eine Knickgefahr senkrecht zur Zeichenebene besteht nicht. Die Einspanngrade betragen am Stützenkopf k_1 = 0,55 und am Stützenfuß k_2 = 0,10 ist. Die planmäßigen Schnittgrößenverläufe sind rechts dargestellt.

Gesucht: erforderliche symmetrische Stützenbewehrung

Schlankheitsgrad:

$i = 0{,}289 \cdot 0{,}24 \cdot 10^2 = 6{,}93$ cm

$k_1 = 0{,}55$; $k_2 = 0{,}10 \quad \rightarrow \beta = 0{,}68$

$l_0 = \beta \cdot l_{col} = 0{,}68 \cdot 7{,}0 = \underline{4{,}76 \text{ m}}$

$\lambda = 476 / 6{,}93 = \underline{69 \geq 25} \quad \rightarrow$ Auswirkung nach Th. II. Ord. müssen beachtet werden.

wirksame Lastausmitte e_0: (zu beachten ist: $|e_{01}| \leq |e_{02}|$; vgl. Bild 9.17)

$e_{01} = +20{,}0/(-550) = -0{,}036$ m

$e_{02} = -40{,}0/(-550) = +0{,}073$ m

$e_0 = \max\{0{,}6 \cdot e_{02} + 0{,}4 \cdot e_{01} \,;\, 0{,}4 \cdot e_{02}\}$

$= \max\{0{,}6 \cdot 0{,}073 + 0{,}4 \cdot (-0{,}036) \,;\, 0{,}4 \cdot 0{,}073\} = \underline{0{,}029 \text{ m}}$

Imperfektion e_i:

$\alpha_h = 2 / l_{col}^{0,5} = 2/2{,}646 = \underline{0{,}756} \leq 1{,}0 \quad \rightarrow \theta_i = 1/200 \cdot \alpha_h = 3{,}78 \cdot 10^{-3}$

$e_i = 3{,}78 \cdot 10^{-3} \cdot l_0/2 = \underline{0{,}009 \text{ m}}$

Lastausmitte e_2:

$e_2 = K_1 \cdot 0{,}1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$ mit $\lambda > 35 \rightarrow K_1 = 1{,}0$

$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot \varepsilon_{yd} / (0{,}45 \cdot d)$ mit $K_r = 1{,}0$ liegt man auf der sicheren (ungünst.) Seite
und $K_\varphi = 1{,}0$ wegen $\beta = 0{,}35 + 20/200 - 69/150 \geq 0$

$1/r = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}00217 / (0{,}45 \cdot 0{,}215) = \underline{2{,}247 \cdot 10^{-2} \text{ [1/m]}}$

$e_2 = 1{,}0 \cdot 0{,}1 \cdot 4{,}76^2 \cdot 2{,}247 \cdot 10^{-2} = \underline{0{,}051 \text{ m}}$

Gesamtausmitte e_{tot}:

$e_{tot} = 0{,}029 + 0{,}009 + 0{,}051 = \underline{0{,}09 \text{ m}}$

Bemessungsschnittgrößen:

am Kopf: N_{Ed} = -550 kN; M_{Ed} = (-)40 kNm

am Fuß: N_{Ed} = -550 kN; M_{Ed} = 20 kNm

am kritischen Schnitt (Nachweis unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung):

N_{Ed} = -550 kN; $M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{tot} = 550 \cdot 0{,}09 = \underline{49{,}5 \text{ kNm} \geq 40{,}0 \text{ kNm}}$ ($\rightarrow$ maßg.)

Bemessung:

ν_{Ed} = N_{Ed} / ($b \cdot h \cdot f_{cd}$) = - 0,55 / (0,24 · 0,24 · 11,3) = - 0,845

μ_{Ed} = M_{Ed} /($b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$) = 0,0495 / (0,24 · 0,24² · 11,3) = 0,317

Ablesewert (Standarddiagramm gemäß Bild 9.13; z.B. Schneider, Tafel 5b): ω_{tot} = 0,73

$A_{s,tot}$ = 0,73 · 24 · 24 · 11,3 / 435 = 10,9 cm² → $A_{s1} = A_{s2}$ = 10,9/2 = 5,5 cm²

Überprüfung auf Mindestbewehrung:

$A_{s,min} \geq$ 0,003 · A_c = 0,003 · 24 ·24 = 1,73 cm²

$\geq$ 0,15 · N_{Ed} / f_{yd} = 0,15 · 550/43,5 = 1,90 cm² → Mindestbew. ist nicht maßgebend!

Bemessung unter genauerer Berücksichtigung der Krümmungsabnahme (vgl. K_r):

Geschätzte Längsbewehrung: $A_{s,tot}$ = 9,0 cm²

N_{ud} = $f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s$ = 11,3 · 0,24 · 0,24 +435 · 0,0009 = 1,043 MN = 1043 kN

N_{bal} = 0,4 · $f_{cd} \cdot A_c$ = 0,4 ·11,3 · 0,24 · 0,24 = 0,260 MN = 260 kN

K_r = ($N_{ud} - N_{Ed}$)/($N_{ud} - N_{bal}$) = (1,043 – 0,550)/(1,043 – 0,260) = 0,63 ≤ 1,0

Genauere Ermittlung der Lastausmitte e_2:

e_2 = $K_1 \cdot 0{,}1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$ mit $\lambda > 35 \rightarrow K_1 = 1{,}0$

$1/r$ = $K_r \cdot K_\varphi \cdot \varepsilon_{yd}$ / (0,45 · d) mit K_r = 0,63 (nach Abschätzung von $A_{s,tot}$)

und K_φ = 1,0 wegen β = 0,35 +20/200 - 69/150 < 0

$1/r$ = 0,63 · 1,0 · 0,00217 / (0,45·0,215) = $1{,}416 \cdot 10^{-2}$ [1/m]

e_2 = 1,0 · 0,1 · 4,76² · $1{,}416 \cdot 10^{-2}$ = 0,032 m

angepasste Gesamtausmitte e_{tot}:

e_{tot} = 0,029 + 0,009 + 0,032 = 0,07 m

Bemessungsschnittgrößen am kritischen Schnitt:

N_{Ed} = -550 kN; $M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{tot}$ = 550 · 0,07 = 38,5 kNm ≥ 40,0 kNm

→ maßg. sind Schnittgrößen am Stützenkopf!

Bemessung am Stützenkopf:

ν_{Ed} = N_{Ed} / ($b \cdot h \cdot f_{cd}$) = - 0,55 / (0,24 · 0,24 · 11,3) = - 0,845

μ_{Ed} = M_{Ed} /($b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$) = 0,040 / (0,24 · 0,24² · 11,3) = 0,256

Ablesewert (Standarddiagramm gemäß Bild 9.13; z.B. Schneider, Tafel 5b): ω_{tot} = 0,60

$A_{s,tot}$ = 0,60 · 24 · 24 · 11,3 / 435 = 9,0 cm² → $A_{s1} = A_{s2}$ = 9,0/2 = 4,5 cm²

Direkte Bemessung im kritischen Schnitt mit Hilfe der Interaktionsdiagramme gemäß Bild 9.21 (wegen der gewünschten Genauigkeit soll zwischen zwei Diagrammen interpoliert werden).

N_{Ed} = - 550 kN und $M_{Ed} = N_{Ed} \cdot (e_0 + e_i)$ = 550 · (0,029 + 0,009) = 20,9 kNm

Bemessung im kritischen Schnitt:

ν_{Ed} = N_{Ed} / ($b \cdot h \cdot f_{cd}$) = - 0,55 / (0,24 · 0,24 · 11,3) = - 0,845

μ_{Ed} = M_{Ed} /($b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$) = 0,021 / (0,24 · 0,24² · 11,3) = 0,134

Ablesewerte:

λ = 60 → $\omega_{tot,1}$ = 0,50

λ = 70 → $\omega_{tot,2}$ = 0,62

λ = 69 → ω_{tot} = 0,50 + (0,12 · 9/10) = <u>0,61</u>

Erforderliche Längsbewehrung im kritischen Schnitt:

$A_{s,tot}$ = 0,61 · 24 · 24 · 11,3 / 435 = <u>9,13 cm²</u> → $A_{s1} = A_{s2}$ = 9,13/2 = <u>4,6 cm²</u>

9.4.3 Berücksichtigung des Kriechens

Kriechen ist ein zeitabhängiger Verformungsprozess im Beton (speziell im Zementstein), der das Verformungsverhalten und damit die Auswirkungen der Theorie II. Ordnung auf die Schnittgrößenverteilung bei druckbeanspruchten Bauteilen negativ beeinflussen kann.

Wenn die Lastausmitte klein ist, muss das Kriechen nicht berücksichtigt werden, da es nur kleine Verkrümmungen des Querschnitts gibt, die durch das Kriechen kaum verstärkt werden.

Die Berücksichtigung des Kriechens erfolgt im Beiwert K_φ mit

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1{,}0$$

Hierin sind wie bereits erläutert:

β = 0,35 + f_{ck} / 200 - λ / 150 (Beiwert berücksichtigt Einfluss der Schlankheit auf das Kriechen)

φ_{ef} = die effektive Kriechzahl

Die effektive Kriechzahl errechnet sich

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \cdot \frac{M_{1,perm}}{M_{1,Ed}}$$

Hierin sind:

$\varphi_{(\infty,to)}$ = die Endkriechzahl nach EC2, 3.1.4

$M_{1,perm}$ = Biegemoment nach Theorie I. Ordnung unter quasi-ständigen Lasten inkl. Imperfektion

$M_{1,Ed}$ = Biegemoment nach Theorie I. Ordnung unter Bemessungslasten inkl. Imperfektion

Die Kriechzahl ermittelt sich aus der Grundkriechzahl φ_0 (Endwert des Kriechens für $t \to \infty$) und einer Funktion β_c, die den zeitlichen Verlauf des Kriechens beschreibt ($t = t_0$: $\beta_c = 0$ bzw. $t \to \infty$: $\beta_c = 1$):

$$\varphi_{(\infty,t_0)} = \varphi_0 \cdot \beta_{c(t,t_0)} = \varphi_{RH} \cdot \beta_{(f_{cm})} \cdot \beta_{(t_0)} \cdot \beta_{c(t,t_0)}$$

Die Grundkriechzahl φ_0 berechnet sich wiederum aus drei Faktoren, und zwar aus

- φ_{RH}, einem Beiwert zur Berücksichtigung der Auswirkungen der relativen Luftfeuchte auf die Grundzahl des Kriechens mit

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2$$

Hierin sind:

RH = die relative Luftfeuchte der Umgebung in Prozent

h_0 = die wirksame Bauteildicke in [mm], zu berechnen mit $h_0 = 2 \cdot A_c/u$

A_c = Gesamtfläche des Betonquerschnitts

u = Umfang des Querschnitts, welcher der Trocknung ausgesetzt ist

$\alpha_{1,2}$ = Beiwerte zur Berücksichtigung der Betondruckfestigkeit (i.d.R. tabelliert; vgl. Bild 9.22)

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \leq 1 \qquad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \leq 1$$

f_{cm} = mittlere Betondruckfestigkeit in [N/mm²]

- $\beta_{(fcm)}$, einem Beiwert zur Berücksichtigung der Auswirkungen der Betondruckfestigkeit auf die Grundzahl des Kriechens mit

$$\beta_{(fcm)} = \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

- $\beta_{(t0)}$, einem Beiwert zur Berücksichtigung der Auswirkungen des Betonalters bei Belastungsbeginn auf die Grundzahl des Kriechens mit

$$\beta_{(t0)} = \frac{1}{\left(0{,}1 + t_0^{0,20}\right)}$$

Der zeitliche Verlauf des Kriechens wird mit

$$\beta_{c(t,t0)} = \left[\frac{\left(t - t_0\right)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

Hierin sind:

t = das Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen

t_0 = das tatsächliche Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen

$t - t_0$ = die tatsächliche Belastungsdauer in Tagen

β_H = ein Beiwert zur Berücksichtigung der relativen Luftfeuchte (*RH* in %) und der wirksamen Bauteilhöhe (h_0 in mm):

$$\beta_H = 1{,}5 \cdot \left[1 + \left(0{,}012 \cdot RH\right)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \leq 1$$

Die Auswirkungen der Zementart auf die Kriechzahl des Betons dürfen durch die Anpassung des Betonalters bei Belastungsbeginn t_0 in den obigen Gleichungen wie folgt ermittelt werden:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^{\alpha} \geq 0{,}5$$

Dabei ist:

α = ein Exponent zur Berücksichtigung der Zementart (α = -1 für Zemente der Klasse S; (α = 0 für Zemente der Klasse N; α = 1 für Zemente der Klasse R)

$t_{0,T}$ = das der Temperatur angepasste Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen. Die Auswirkungen von erhöhten oder verminderten Temperaturen in einem Bereich von 0°C bis 80°C auf den Grad der Erhärtung des Betons dürfen durch die Anpassung des Betonalters wie folgt berücksichtigt werden:

$$t_T = \sum_{i=1}^{n} e^{-\left(4000/[273+T_{(\Delta ti)}]-13,65\right)} \cdot \Delta t_i$$

t_T = die temperaturangepasste Betonalter, welches t in den obigen Gleichungen ersetzt

$T_{(\Delta ti)}$ = die Temperatur in °C im Zeitintervall Δt_i

Δt_i = die Anzahl der Tage, an denen die Temperatur *T* vorherrscht.

Beton	α_1	α_2	α_3
C 16/20	1,00	1,00	1,00
C 20/25	1,00	1,00	1,00
C 25/30	1,00	1,00	1,00
C 30/37	0,94	0,98	0,96
C 35/45	0,87	0,96	0,90
C 40/50	0,80	0,94	0,85
C 45/55	0,75	0,92	0,81
C 50/60	0,70	0,90	0,78

Bild 9.22: *Auswertungen für die Formeln von α_1 bis α_3*

Die (effektive) Kriechzahl ist sinnvollerweise rechnergestützt zu ermitteln oder mit Hilfe von Nomogrammen zu entwickeln. In den Bautabellenbüchern findet man häufig Hilfen gemäß Bild 9.24.

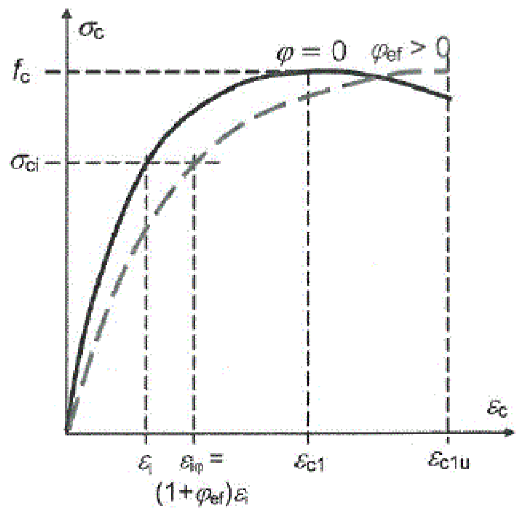


Bild 9.23: *Einfluss des Kriechens auf das Spannungs-Dehnungsverhalten im Druckbereich*

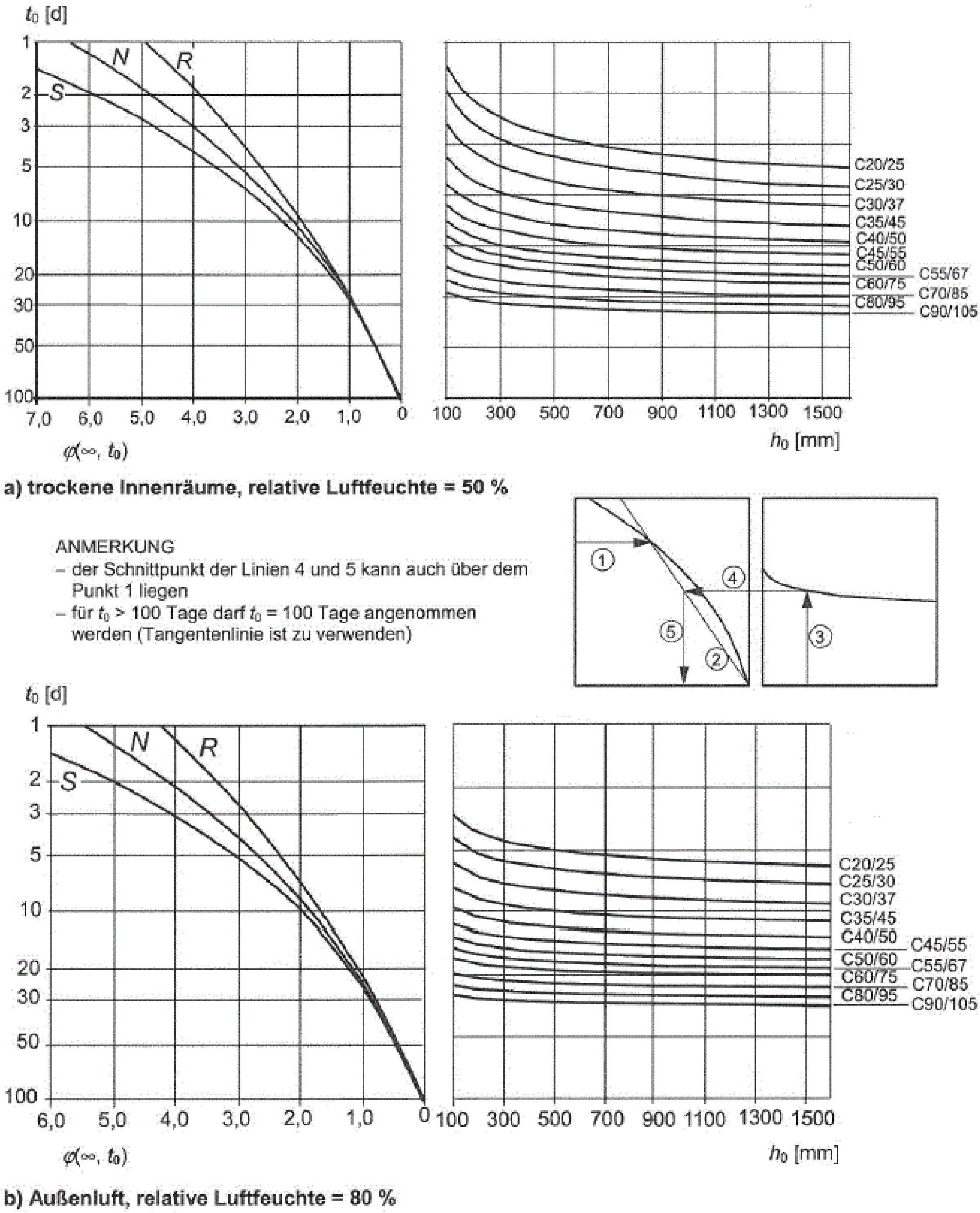
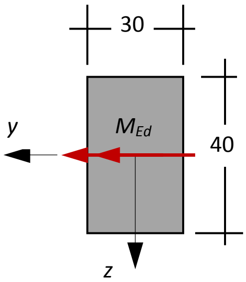


***Bild 9.24:** Nomogramme zur Ermittlung der Endkriechzahlen $\varphi(\infty,t_0)$*

Beispiel 9.5: Ermittlung der effektiven Kriechzahl

Gegeben: Für eine schlanke Stütze mit unten dargestelltem Querschnitt ist die effektive Kriechzahl für den Zeitpunkt t = 10000 Tage zu ermitteln. Die quasi-ständige Biegebeanspruchung nach Theorie I. Ordn. beträgt am maßgebenden Schnitt $M_{1,perm}$ = 116 kNm; die Bemessungslast im GZT $M_{1,Ed}$ = 160 kNm. Die quasi-ständige Biegung wird bereits nach 30 Tagen aufgebracht. Der Beton hat zu diesem Zeitpunkt seine volle Festigkeit entwickelt. Die Betonfestigkeitsklasse ist C30/37 mit einer Zementfestigkeitsklasse 32,5R. Die relative Luftfeuchtigkeit beträgt 60% bei konstant 20°C.

Bauteilabmessungen:



u = (300 + 400) · 2 = <u>1400 mm</u>

A_c = 300 · 400 = <u>120000 mm²</u>

h_0 = 2 · 120000 / 1400 = <u>171 mm</u>

Effektive Kriechzahl: $$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \cdot \frac{M_{1,perm}}{M_{1,Ed}}$$

Endkriechzahl: $\varphi_{(\infty,t_0)} = \varphi_0 \cdot \beta_{c(t,t_0)} = \varphi_{RH} \cdot \beta_{(f_{cm})} \cdot \beta_{(t_0)} \cdot \beta_{c(t,t_0)}$

mit $$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1\right] \cdot \alpha_2 = \left[1 + \frac{1 - 60/100}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{171}} \cdot 0{,}94\right] \cdot 0{,}98 = 1{,}653$$

$$\beta_{(fcm)} = \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16{,}8}{\sqrt{38{,}0}} = 2{,}73$$

$$\beta_H = 1{,}5 \cdot \left[1 + (0{,}012 \cdot RH)^{18}\right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \le 1500 \cdot \alpha_3$$

$$= 1{,}5 \cdot \left[1 + (0{,}012 \cdot 60)^{18}\right] \cdot 171 + 250 \cdot 0{,}96 \le 1500 \cdot 0{,}96$$

$$= 497{,}2 \le 1440$$

$$\beta_{c(t,t0)} = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0}\right]^{0{,}3} = \left[\frac{9970}{497{,}2 + 9970}\right]^{0{,}3} = 0{,}986$$

Wegen gleichbleibender Temperatur bis Belastungsbeginn ergibt sich: $t_T = 30°C$

Wegen Zementklasse N (vgl. Zementfestigkeitsklasse CEM 32,5 R) errechnet sich an angepasste Betonalter bei Belastungsbeginn

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1{,}2}} + 1\right)^{\alpha} = 30 \cdot \left(\frac{9}{2 + 30^{1{,}2}} + 1\right)^{0} = 30°C$$

somit
$$\beta_{(t0)} = \frac{1}{\left(0{,}1 + t_0^{0{,}20}\right)} = \frac{1}{\left(0{,}1 + 30^{0{,}2}\right)} = 0{,}482$$

Eingesetzt in die Gleichung zur Berechnung der Endkriechzahl ergibt sich:

$$\varphi_{(\infty,t_0)} = \varphi_{RH} \cdot \beta_{(f_{cm})} \cdot \beta_{(t_0)} \cdot \beta_{c(t,t_0)} = 1{,}653 \cdot 2{,}73 \cdot 0{,}482 \cdot 0{,}986 = \underline{2{,}14}$$

Die effektive Kriechzahl errechnet sich schließlich zu:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \cdot \frac{M_{1,perm}}{M_{1,Ed}} = 2{,}14 \cdot \frac{116}{160} = \underline{1{,}55}$$

AUFGABE: Ermittlung der Endkriechzahl mit Hilfe des Nomogramms (Interpolieren erforderlich!)

9.5 Konstruktive Gestaltung

9.5.1 Stabförmige Druckglieder ($b/h \leq 4$)

Die Mindestdicke stabförmiger Druckglieder soll ordnungsgemäßes Einbringen des Betons und die einwandfreie Verdichtung ermöglichen. Die Mindestwerte des EC2 liegen an der aller untersten Grenze. Im Hinblick auf eine gute Bauausführung sind diese Werte möglichst nicht auszuschöpfen. Eine Vergrößerung um 5 cm sollte bei Außenbauteilen vorgesehen werden, damit das Schüttrohr bei Fallhöhen über 2,0 m in den Bewehrungskorb eingeführt werden kann.

Für Stützen mit Vollquerschnitt, welche vor Ort (senkrecht) betoniert werden, ist eine Mindestabmessung von 200 mm Seitenlänge einzuhalten. Bei Fertigteilstützen, die waagerecht betoniert werden, ist der Mindestwert auf 120 mm begrenzt.

Für die Längsbewehrung sind eine Mindest- und eine Maximalbewehrung vorgeschrieben. Als Mindestbewehrung ist einzubauen:

$$A_{s,min} = A_{s1} + A_{s2} = 0{,}15 \cdot |N_{Ed}| \,/\, f_{yd}$$

Sie soll die Momente aus ungewollter Einspannung aufnehmen, die in der statischen Berechnung nicht erfasst werden. Die Maximalbewehrung soll auch im Bereich von Stößen nicht größer sein als

$$A_{s,max} = A_{s1} + A_{s2} = 0{,}09 \cdot A_c$$

Die Bedingung, dass auch in Stoßbereichen die Maximalbewehrung nicht überschritten werden darf, führt zu den folgenden Einschränkungen bei der realisierbaren Bewehrung außerhalb der Stöße:

- 100% Übergreifungsstoß $\rightarrow \rho \leq 0{,}045 \cong 4{,}5\,\%$
- 50% Übergreifungsstoß $\rightarrow \rho \leq 0{,}060 \cong 6{,}0\,\%$
- bei einem direkten Stoß $\rightarrow \rho \leq 0{,}090 \cong 9{,}0\,\%$

Druckglieder sollen im Allgemeinen symmetrisch bewehrt werden, weil:

- häufig eine unsymmetrische Bewehrung nicht wirtschaftlicher ist als eine symmetrische, da die Momente einer Stütze an Kopf und Fuß wechselnde Vorzeichen besitzen und meistens die gleiche Größenordnung beibehalten,
- und die Möglichkeit eines um 180° gedrehten, verkehrten Einbaus ausgeschlossen werden muss.

Bei Stützen mit kreisförmigem Querschnitt sind mindestens sechs Längsstäbe gleichmäßig um den Umfang zu verteilen. Bei Stützen mit polygonalem Querschnitt reicht ein Längsstab in jeder Ecke, das bedeutet für einen Rechteckquerschnitt somit vier Stäbe. Der Mindestdurchmesser für die Längsbewehrung beträgt:

$$\varnothing_{min} = 12 \text{ mm}$$

Für den Höchstabstand der Längsstäbe ist ein Maß von 30 cm einzuhalten. Diese konstruktive Regel führt dazu, dass bei großen Stützen die Längsstäbe in den Ecken und zusätzlich im Bereich der freien Seiten angeordnet werden.

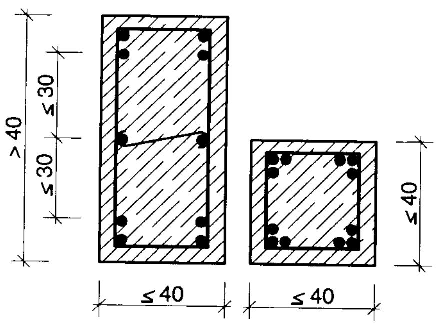


Bild 9.25: *Anordnung der Längsbewehrung*

Die Längsstäbe von Stützen werden in der Regel direkt über der Geschoßdecke mit einem Übergreifungsstoß voll gestoßen. Der Stoß über der Geschoßdecke ist vom Bauablauf sinnvoll, da nach dem Betonieren der Decke eine neue Arbeitsebene geschaffen wird. Wenn die Längsstäbe über den Geschossdecken gestoßen werden, sind die endenden Stäbe so abzukröpfen, dass in der stärker knickgefährdeten Richtung keine Verringerung der Nutzhöhe vorhanden ist. Zur Aufnahme der Umlenkkräfte werden an den Knickstellen Zusatzbügel angeordnet.

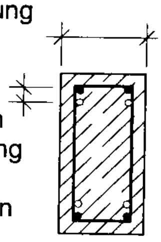


Bild 9.26: *Stoß von Längsstäben*

Durch die Lastaufbringung verformt der Beton sich elastisch. Er hat jedoch die Eigenschaft sich unter gleichbleibender Lasteinwirkung im Laufe der Zeit weiter zu verformen. Man spricht vom Kriechen des Betons. Da die Längsbewehrung dieser Verformung nicht folgt, findet eine Druckkraftumlagerung vom Beton zum Betonstahl statt. Hierdurch wird auch die Knickgefahr der Längsbewehrung gesteigert. Ein Ausknicken der Längsbewehrung bedeutet das Versagen des gesamten Druckgliedes. Aus diesem Grunde ist die Längsbewehrung immer durch eine Bügelbewehrung zu sichern. Der Höchstabstand der Bügel beträgt:

$$s_{bü,max} \leq min \begin{Bmatrix} 12 \cdot \varnothing_l \\ min(b,h) \\ 300\,mm \end{Bmatrix}$$

An Lasteinleitungsstellen, z.B. unter Balken, Decken und an Stößen, sind die Bügelabstände zur Aufnahme von Querzugkräften zu verringern auf das Maß

$$s_{bü,red} = 0{,}6 \cdot s_{bü,max}$$

Dieser reduzierte Bügelabstand ist in Bereichen unmittelbar über und unterhalb von Balken oder Platten, über eine Höhe gleich der größeren Abmessung des Stützenquerschnitts anzuordnen. Bei Stößen mit Längsdurchmesser > 14 mm ist der Stoßbereich auch mit dem reduzierten Bügelabstand auszubilden.

Stützenbügel gehen im Bereich von Unterzügen und Fundamenten durch. Es sind nur geschlossene Bügel zulässig. Die Schlösser sind zu versetzen. Mit Bügeln können in jeder Ecke bis zu 5 Längsstäbe gegen Knicken gesichert werden. Der Mindestbügeldurchmesser beträgt:

$$\varnothing_{bü} \geq max \begin{Bmatrix} 0{,}25 \cdot \varnothing_l \\ 6\,mm\ (Stabstahl) \\ 5\,mm\ (Matte) \end{Bmatrix}$$

Das bedeutet für übliche Längsbewehrung im Hochbau:

$12\text{ mm} \leq \varnothing_l \leq 20\text{ mm} \rightarrow \varnothing_{bü,min} = 6\text{ mm}$
$25\text{ mm} \leq \varnothing_l \leq 32\text{ mm} \rightarrow \varnothing_{bü,min} = 8\text{ mm}$

Abweichend hiervon ist bei der Verwendung von Stabbündeln als Druckbewehrung mit $\varnothing_n$ > 28 mm der Mindeststabdurchmesser für die Bügelbewehrung auf 12 mm festgelegt.

Der größte Achsabstand der äußersten Stäbe vom Eckstab soll $15 \cdot \varnothing_{bü}$ nicht übersteigen.

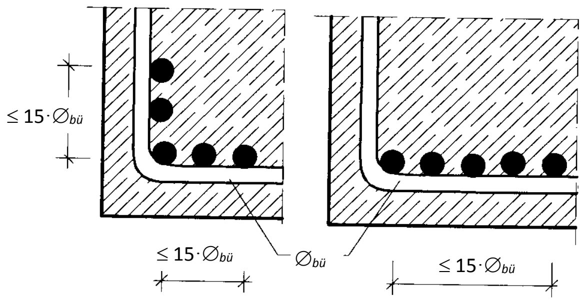


***Bild 9.27:** Abstand des äußeren Längsstäbe vom Eckstab*

Längsstäbe im größeren Abstand sowie mehr als fünf Stäbe sind durch weitere Bügel, sogenannte Zwischen- oder Zusatzbügel zu sichern. Diese dürfen maximal im doppelten Abstand eingebaut werden.

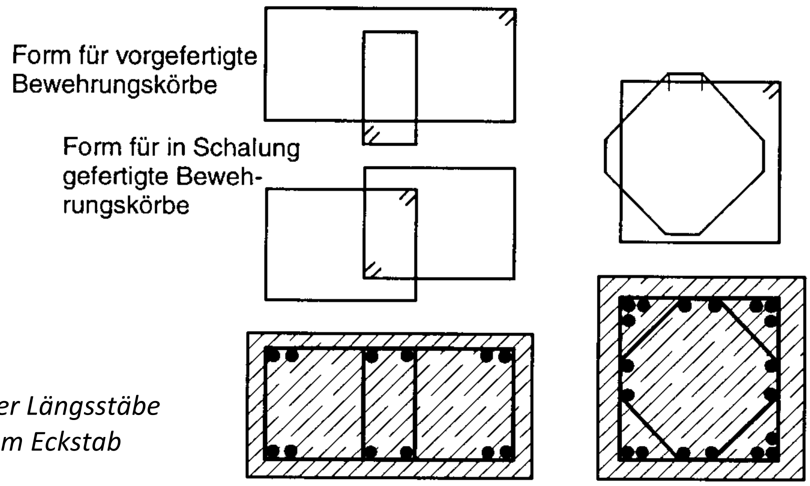


***Bild 9.28:** Verbügelung mehrerer Längsstäbe mit Zwischenbügel vom Eckstab*

9.5.2 Wände (b/h > 4)

Dieser Abschnitt gilt für Stahlbetonwände, bei denen die Bewehrung im Nachweis rechnerisch berücksichtigt wird. Für Wände, die überwiegende Plattenbeanspruchung erhalten (z.B. aus Erddruck) gelten die Regelungen für Platten (EC2, 9.3).

Die Mindestabmessungen für bewehrte und unbewehrte Wände sind im EC2, 9.6.1 festgelegt. Zu unterscheiden ist hierbei zwischen durchlaufenden und nicht durchlaufenden Decken über der betrachteten Wand und der Herstellung als Fertigteil oder Ortbeton.

Betonfestigkeitsklasse	Herstellung	Unbewehrte Wände		Stahlbetonwände	
		Decken über der betrachteten Wand			
		nicht durchlaufend	durchlaufend	nicht durchlaufend	durchlaufend
C 12/15	Ortbeton	200	140	-	-
≥ C 16/20	Ortbeton	140	120	120	100
	Fertigteil	120	100	100	80

***Bild 9.29:** Mindestwanddicken für tragende Wände (vgl. Tabelle NA.9.3)*

Bei Wänden sind in der Regel vertikale und horizontale Bewehrungen ($a_{s,v}$ bzw. $a_{s,h}$ in cm²/m) vorzusehen, die möglichst hälftig auf beide Wandaußenseiten verteilt werden. Die Querschnittsfläche der gesamten vertikalen Bewehrung muss zwischen den Grenzwerten $A_{s,min}$ und $A_{s,max}$ liegen. Diese sind:

- Allgemein (je laufender Meter Wandlänge):

$$A_{s,v,min} = 0{,}15 \cdot |N_{Ed}| / f_{yd} \geq 0{,}0015 \cdot A_c$$

- Bei schlanken Wänden mit $\lambda \geq \lambda_{min}$ (nach EC2, 5.8.3.1) oder mit $|N_{Ed}| \geq 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot A_c$:

$$A_{s,v,min} = 0{,}003 \cdot A_c$$

  Diese Mindestbewehrung ist meistens maßgebend, da die Vertikalbeanspruchung auch vom Beton allein aufgenommen werden könnte.

- Unabhängig vom Schlankheitsgrad (mit ggf. Verdoppelung innerhalb von Stoßbereichen):

$$A_{s,v,max} = 0{,}04 \cdot A_c$$

Der maximale Abstand zwischen zwei lotrechten Bewehrungsstäben beträgt:

$$s_{l,max} = min \begin{Bmatrix} 2 \cdot h_{Wand} \\ 300\,mm \end{Bmatrix}$$

Die (horizontale) Querbewehrung ist in der oberflächennäheren Bewehrungslage anzuordnen, damit die lotrechten Stäbe gegen Knicken gesichert werden. Ihr Durchmesser muss mindestens ein Viertel des Durchmessers der vertikalen Stäbe betragen. Die Menge der horizontalen Bewehrung sollte die folgenden Bedingungen erfüllen:

- Allgemein (je laufender Meter Wandlänge):

$$A_{s,h,min} = 0{,}20 \cdot A_{s,v,min}$$

- Bei schlanken Wänden mit $\lambda \geq \lambda_{min}$ (nach EC2, 5.8.3.1) oder mit $|N_{Ed}| \geq 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot A_c$:

$$A_{s,h,min} = 0{,}50 \cdot A_{s,v,min}$$

Der maximale Abstand zwischen zwei horizontalen Bewehrungsstäben soll maximal 350 mm betragen.

In jedem Wandbereich, in dem der Gesamtquerschnitt der vertikalen Bewehrung beider Wandseiten $0{,}02 \cdot A_c$ übersteigt, ist i.d.R. Querbewehrung mit Bügeln einzulegen. Es gelten die Regeln für Stützen gemäß EC2, 9.5.3). Dabei sind die Bügelabstände unmittelbar über oder unter aufliegenden Platten über eine Höhe von $4 \cdot h_{Wand}$ zu vermindern.

In Wandbereichen, in denen der Gesamtquerschnitt der vertikalen Bewehrung beider Wandseiten $0{,}02 \cdot A_c$ nicht übersteigt, ist die außenliegende Hauptbewehrung mit mindestens vier Bügelschenkeln je m² Wandfläche zu verbinden. Diese Verbindung kann z.B. durch S-Haken oder bei dickeren Wänden mit Steckbügeln im Inneren der Wand erfolgen, wobei die freien Enden der Steckbügel eine Verankerungslänge $0{,}5 \cdot l_{b,rqd,1.0}$ haben müssen. Bei lotrechten Tragstäben mit $\varnothing_l \leq 16$ mm dürfen die S-

Haken entfallen, wenn die Betondeckung mindestens $2 \cdot \varnothing_l$ beträgt. In diesem Falle - und stets bei Bewehrungsmatten - dürfen die druckbeanspruchten Stäbe außen liegen.

An freien Rändern von Wänden mit einer Längsbewehrung $A_{s,l} \geq 0{,}003\ A_c$ je Wandseite müssen die Eckstäbe ($\varnothing_l \geq 12$ mm) durch Steckbügel gemäß Bild 9.30 gesichert werden.

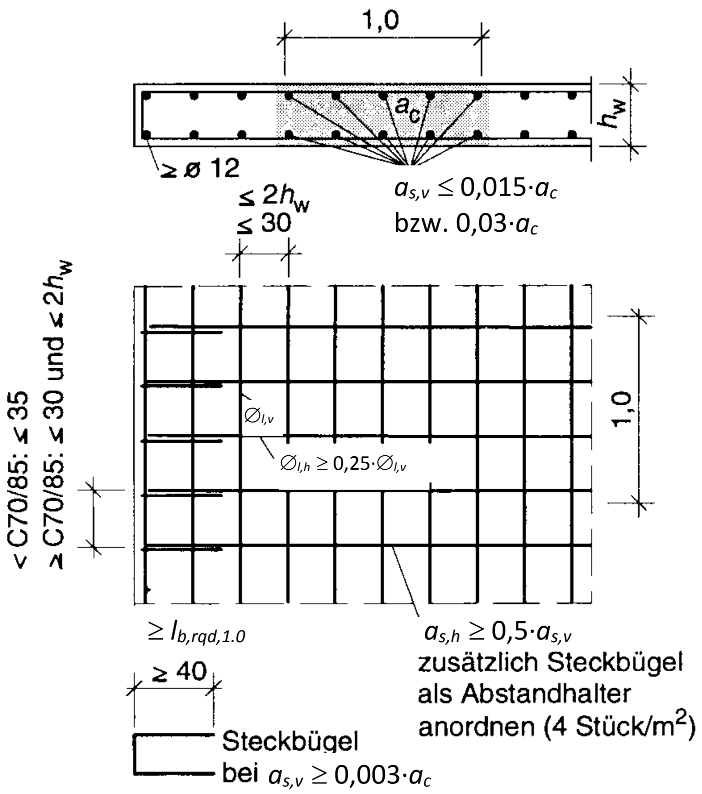


Bild 9.30: *Bewehrungsregeln für Wände*