8 Plattenbalken

8.1 Begriff

Im Stahlbetonbau werden im Allgemeinen Unterzüge und Deckenplatten zusammenbetoniert. Sie sind monolithisch miteinander verbunden und bilden dann einen T-förmigen Querschnitt. Unter den vertikalen Einwirkungen verformen sich die Platte und der Balken. Aufgrund der schubfesten Verbindung zwischen Balken und Platte stellen sich gleiche Verformungen am Plattenanschnitt ein (Bild 8.1). Bei einem positiven Biegemoment und obenliegender Deckenplatte liegt die Druckzone oben in der Platte. Sie trägt dann entscheidend an der Lastabtragung mit.

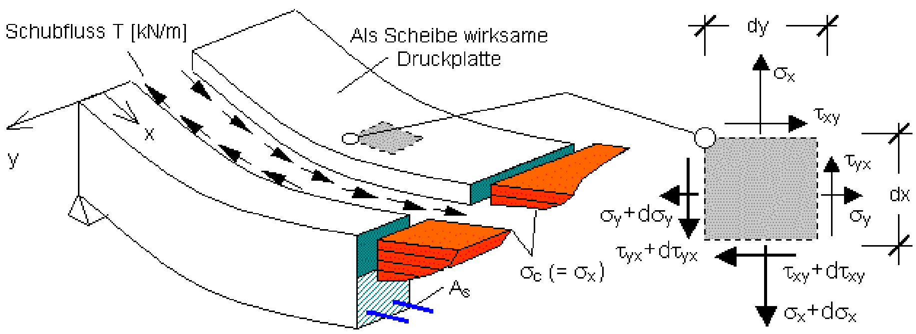


Bild 8.1: *Zusammenwirken von Platte und Balken*

Es ist somit ein ideales Tragwerk für den Stahlbetonbau, da eine große Fläche im Bereich von Druckbeanspruchungen vorhanden ist. Die überflüssigen Teile des Betons, welche auf Zug beansprucht werden sind herausgeschnitten. Es bleibt nur soviel Beton stehen, dass die Bewehrungsstäbe problemlos untergebracht und die Schubkräfte übertragen werden können. Ein derartiger Balken wird als Plattenbalken bezeichnet. Die anschließende Platte an den Balken kann sowohl ein- als auch zweiseitig sein.

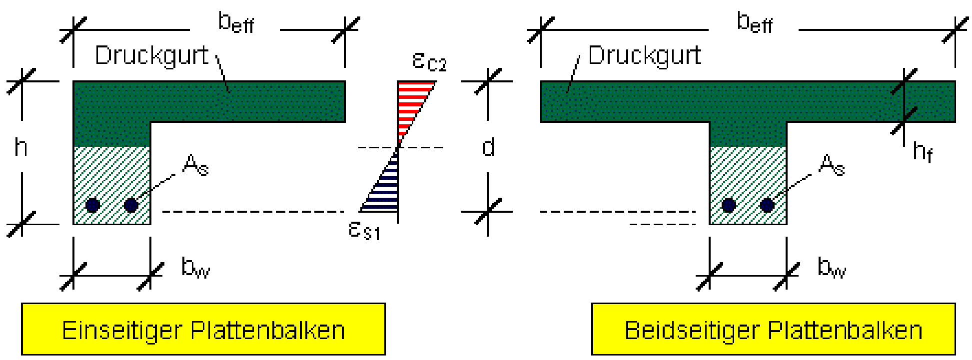


Bild 8.2: *Plattenbalkenformen*

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit reicht die Betondruckzone im Allgemeinen aus, da sie sich im folgenden Dehnungsbereich befindet

$$0 \geq \varepsilon_{c2} > -3{,}5\ {}^0/_{00}$$

Der Betonstahl befindet sich dagegen konstant auf einem Dehnungsniveau von 25 $^0/_{00}$. Das bedeutet, der Beton hat noch Reserven und der Betonstahl ist immer an der Versagensgrenze.

Ein weiterer Vorteil beim Plattenbalken: Durch die breite Platte verringert sich die Druckzonenhöhe, gegenüber einem Balken mit geringerer Breite. Dadurch vergrößert sich der Hebelarm der inneren Kräfte, sodass die erforderliche Biegezugbewehrung geringer ausfällt als beim Balken.

Im folgenden Bild ist der Dehnungsverlauf über einen Plattenbalken aufgetragen. Hieraus ist ersichtlich, dass die Nulllinie sowohl in der Platte, als auch im Steg verlaufen kann. Wenn der erste Fall - Nulllinie in der Platte - vorliegt ($x \leq h_f$), ist kein Unterschied zur Biegebemessung zum Rechteckquerschnitt vorhanden. Die Betondruckspannungen wirken jedoch nicht auf die Balkenbreite b, sondern auf die mitwirkende Plattenbreite b_{eff}.

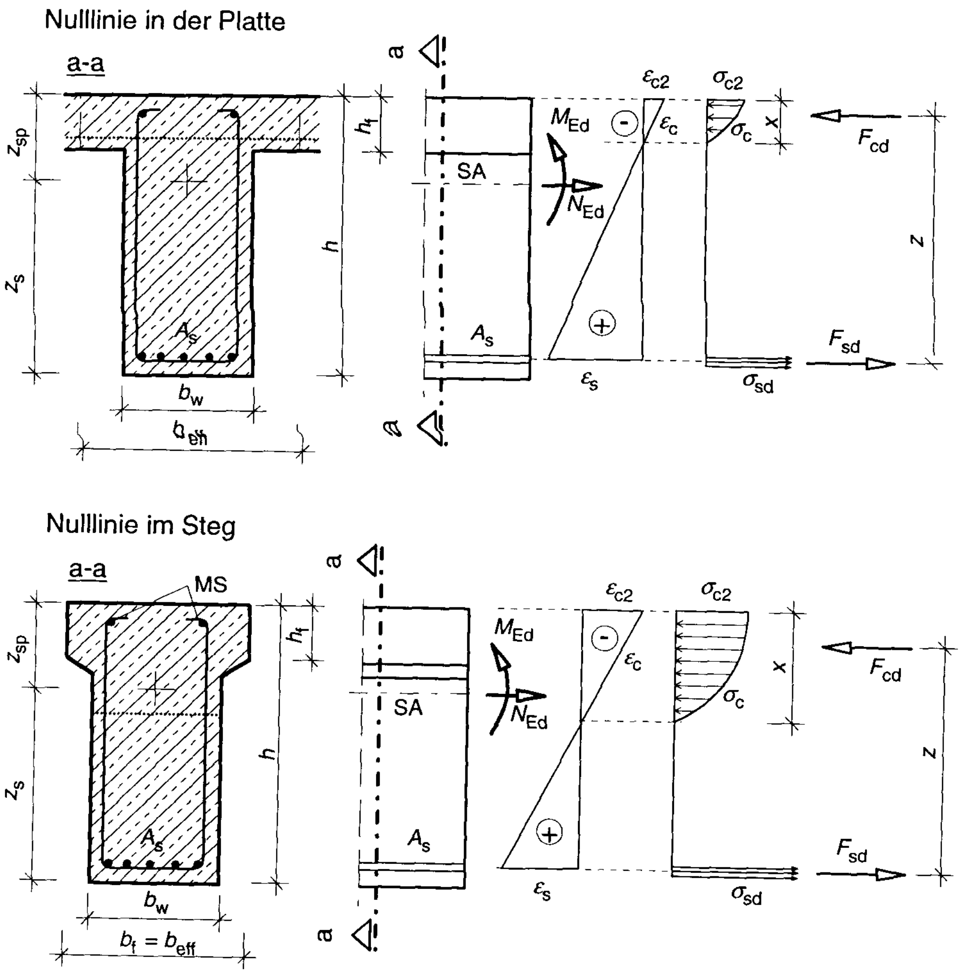


Bild 8.3: *Dehnungen und Spannungen im Plattenbalken*

8.2 Mitwirkende Plattenbreite

Durch die schubfeste Verbindung von Platte und Balkensteg wird ein Teil der Biegedruckkraft über Schubspannungen in die Druckplatte geleitet (vgl. Bild 8.1). Die Platte wird hierbei als Scheibe beansprucht. Die Verteilung der Druckspannungen in der Platte ist nur mit aufwendigen Berechnungsmethoden zu ermitteln. Charakteristisch für den Verlauf ist die Tatsache, dass mit einem wachsenden Abstand zum Balkensteg die Druckspannungen in der Platte kleiner werden. Es kann sogar sein, dass sie für weit entfernte Plattenbereiche Null sind; das bedeutet, dass sich dieser Plattenteil nicht mehr an der Lastabtragung beteiligt.

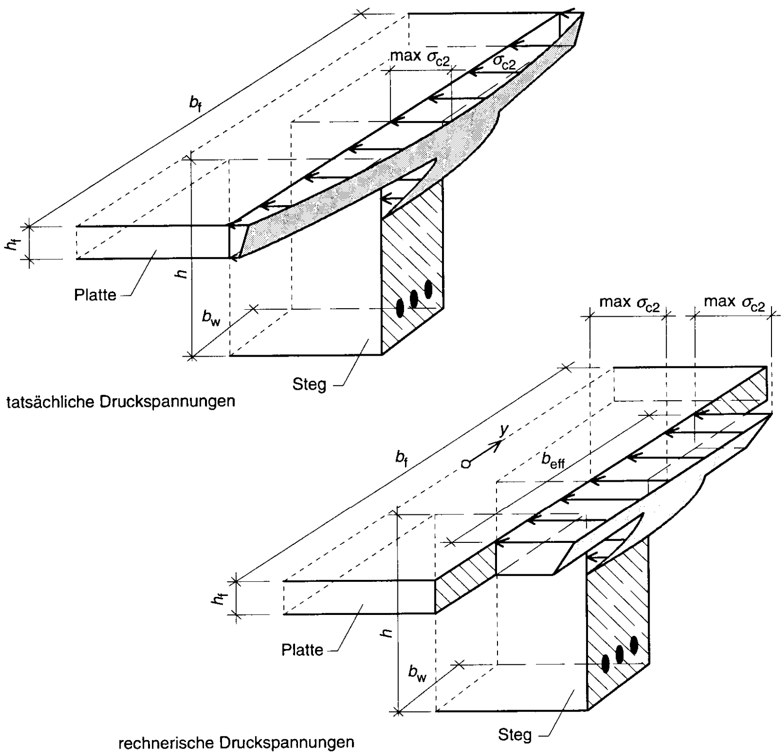


Bild 8.4: *Verteilung der tatsächlichen und der rechnerischen Betondruckspannungen im Plattenbalken*

Das Maximum der Druckspannungen liegt im Steg vor. Statt einer Berechnung mit der wirklichen Druckspannung, wird für die Bemessung mit dem Begriff der mitwirkenden Plattenbreite b_{eff} gearbeitet. Man erhält die mitwirkende Plattenbreite aus der Bedingung, dass die Betondruckkraft F_{cd} bei der wirklichen Spannungsverteilung über die zur Verfügung stehende Breite b_f gleich derjenigen ist, welche sich bei konstanter Randspannung über die Breite b_{eff} ergibt. Für die Lage der Nulllinie im Steg lautet die Bestimmungsgleichung bei Symmetrie zu y = 0:

$$\int_{y=0}^{\frac{b_w}{2}} \int_{z=0}^{x} \sigma_c(y,z)\,dz\,dy + \int_{y=\frac{b_w}{2}}^{\infty} \int_{z=x-h_f}^{x} \sigma_c(y,z)\,dz\,dy \overset{!}{=} \frac{b_w}{2} \int_0^x \sigma_c(0,z)\,dz + \frac{b_{eff}-b_w}{2} \int_{x-h_f}^{x} \sigma_c(0,z)\,dz$$

Bei vorgegebener Geometrie h_f/h und Nulllinienlage ζ = x/d kann hieraus b_{eff} bestimmt werden.

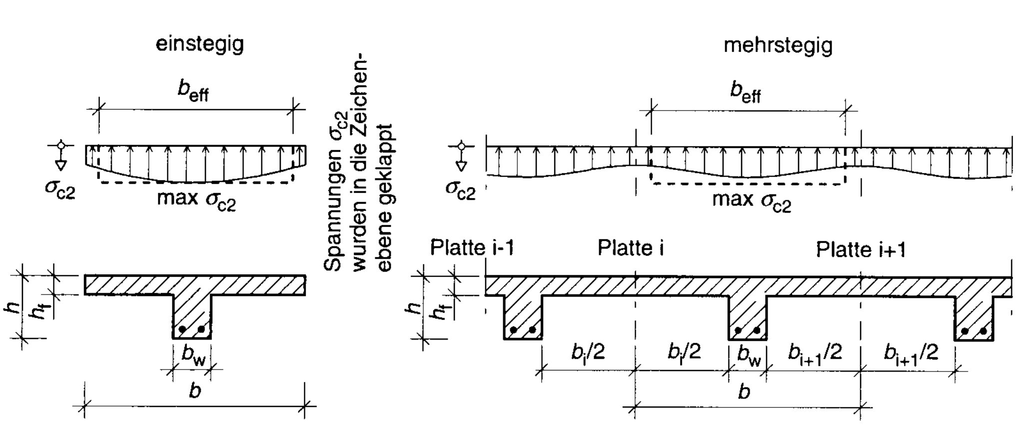


Bild 8.5: *Mitwirkende Platenbreite bei ein- und mehrstegigen Plattenbalken*

Bei einer Platte mit mehreren Stegen spricht man von einem mehrstegigen Plattenbalken. Hierbei hat jeder Balkensteg einen zugehörigen Plattenteil, welcher jeweils von Feldmitte in Platte *i* bis Feldmitte der Platte *i*+1 reicht. Aus dieser Plattenbreite lässt sich für jeden Balkensteg - wie bei einem einstegigen Plattenbalken - die mitwirkende Plattenbreite ermitteln.

Die mitwirkende Plattenbreite ist abhängig von

- der Art der Beanspruchung, wie z.B. Einzellast, Gleichlast, direkte oder indirekte Belastung,
- den Stützbedingungen, ob Einfeldträger, Durchlaufträger, Kragarm, Einspannung, Gelenk,
- der Querschnittsausbildung, ob symmetrischer, unsymmetrischer oder einseitiger Plattenbalken, und von Querschnittsabmessungen wie Dicke von Patte und Steg h_f/h,
- der Balkenstützweite l_{eff} und Plattenstützweite,
- der Querbewehrung.

Gemäß DIN EN 1092-1 lässt sich die mitwirkenden Plattenbreite vereinfacht auf der Grundlage des Abstands l_0 zwischen den Momentennullpunkten ermitteln (Bild 8.6). Die hier gemachten Angaben gelten für annähernd gleiche Steifigkeiten und annähernd gleiche Belastung für ein Stützweitenverhältnis von $0{,}8 < l_1/l_2 < 1{,}25$. Für kurze Kragarme (in Bezug auf das angrenzende Feld) sollte die wirksame Stützweite mit $l_0 = 1{,}5 \cdot l_3$ ermittelt werden.

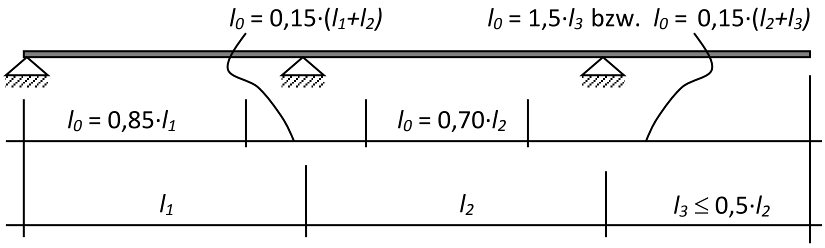


Bild 8.6: *Definition von l_0 zur Berechnung der mitwirkenden Plattenbreite*

Mit l_0 als grundlegendem Parameter kann nun die mitwirkende Plattenbreite b_{eff} wie folgt bestimmt werden:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w = b_{eff,1} + b_w + b_{eff,2} \leq b$$

mit $$b_{eff,i} = min \begin{Bmatrix} 0{,}2 \cdot b_i + 0{,}1 \cdot l_0 \\ 0{,}2 \cdot l_0 \\ b_i \end{Bmatrix}$$

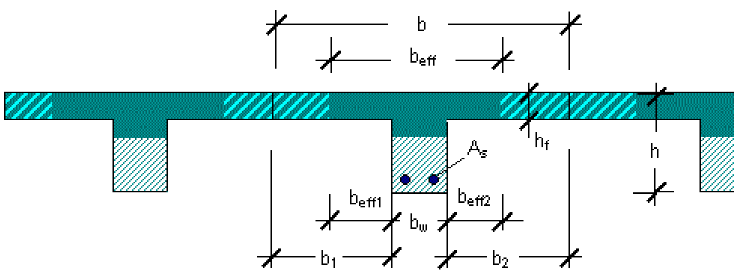


Bild 8.7: *Definition der mitwirkenden Plattenbreite*

Hat die angrenzende Platte eine veränderliche Plattendicke z.B. durch eine Voute, so darf die Stegbreite b_w unter einer Ausbreitung von 45° vergrößert werden. Die angrenzende Plattenbreite b_i reduziert sich um den gleichen Betrag (Bild 8.8).

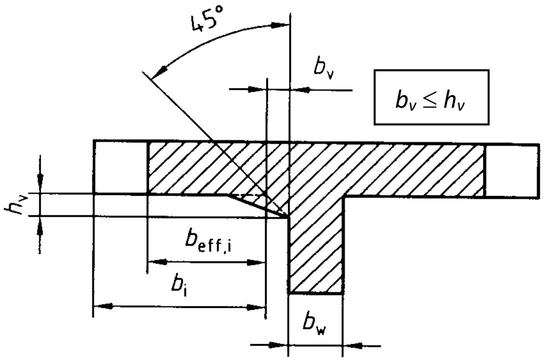


Bild 8.8: *Wirksame Stegbreite $b_w + h_v$ bei Platten mit veränderlicher Dicke*

Beispiel 8.1: Berechnung der mitwirkenden Plattenbreite b_{eff} nach DIN EN 1992-1.

<u>Gegeben</u>: Gegeben ist die Decke mit Unterzug.

<u>Gesucht</u>: Für den Unterzug ist die mitwirkende Plattenbreite zu berechnen.

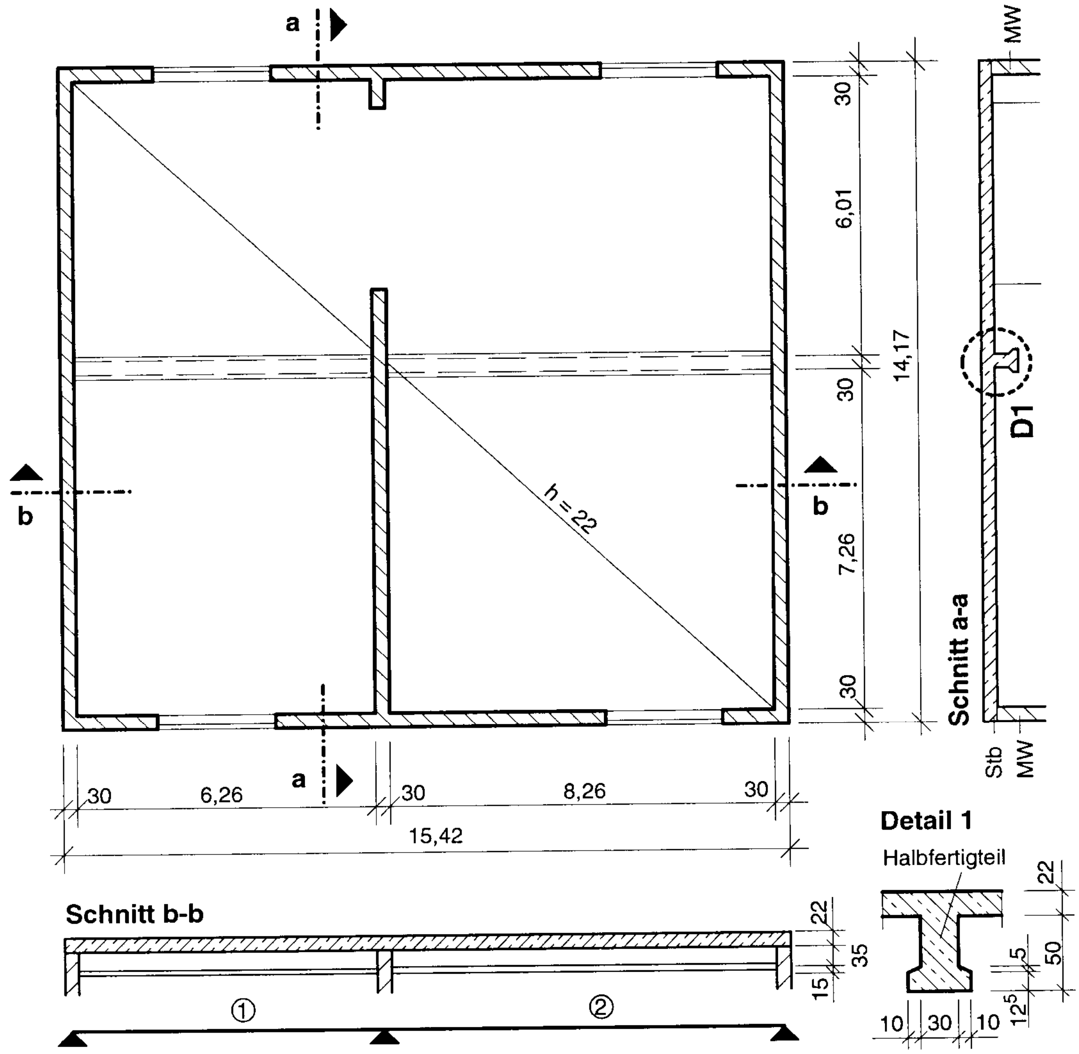


Bild 8.9: *Draufsicht und Schnitte einer Deckenplatte mit Unterzug*

Feld 1: l_{eff} $= 6{,}26 + 0{,}30/2 + 0{,}30/2 = 6{,}56$ m $\rightarrow l_0 = 0{,}85 \cdot 6{,}56 = \underline{5{,}58\text{ m}}$

$b_{eff,1} = \min\{0{,}2 \cdot b_1 + 0{,}1 \cdot l_0\,;\, 0{,}2 \cdot l_0\,;\, b_1\}$

$= \min\{0{,}2 \cdot 3{,}01 + 0{,}1 \cdot 5{,}58\,;\, 0{,}2 \cdot 5{,}58\,;\, 3{,}01\} = \underline{1{,}12\text{ m}}$

$b_{eff,2} = \min\{0{,}2 \cdot b_2 + 0{,}1 \cdot l_0\,;\, 0{,}2 \cdot l_0\,;\, b_2\}$

$= \min\{0{,}2 \cdot 3{,}63 + 0{,}1 \cdot 5{,}58\,;\, 0{,}2 \cdot 5{,}58\,;\, 3{,}63\} = \underline{1{,}12\text{ m}}$

$b_{eff} = 1{,}12 + 0{,}30 + 1{,}12 = \underline{2{,}54\text{ m}}$

Feld 2: l_{eff} $= 8{,}26 + 0{,}30/2 + 0{,}30/2 = 8{,}56$ m $\rightarrow l_0 = 0{,}85 \cdot 8{,}56 = \underline{7{,}28\text{ m}}$

$b_{eff,1} = \min\{0{,}2 \cdot 3{,}01 + 0{,}1 \cdot 7{,}28\,;\, 0{,}2 \cdot 7{,}28\,;\, 3{,}01\} = \underline{1{,}33\text{ m}}$

$b_{eff,2} = \min\{0{,}2 \cdot 3{,}63 + 0{,}1 \cdot 7{,}28\,;\, 0{,}2 \cdot 7{,}28\,;\, 3{,}63\} = \underline{1{,}45\text{ m}}$

$b_{eff} = 1{,}33 + 0{,}30 + 1{,}45 = \underline{3{,}08\text{ m}}$

Stützung: $l_0 = 0{,}15 \cdot (6{,}56 + 8{,}56) = \underline{2{,}27\text{ m}}$

- für den Zuggurt, oben:

  $b_{eff,1} = \min\{0{,}2 \cdot 3{,}01 + 0{,}1 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}2 \cdot 2{,}27\,;\, 3{,}01\} = \underline{0{,}45\text{ m}}$

  $b_{eff,2} = \min\{0{,}2 \cdot 3{,}63 + 0{,}1 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}2 \cdot 2{,}27\,;\, 3{,}63\} = \underline{0{,}45\text{ m}}$

  $b_{eff} = 0{,}45 + 0{,}30 + 0{,}45 = \underline{1{,}20\text{ m}}$

- für den Druckgurt, unten:

  $b_{eff,1} = \min\{0{,}2 \cdot 0{,}10 + 0{,}1 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}2 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}10\} = \underline{0{,}10\text{ m}}$

  $b_{eff,2} = \min\{0{,}2 \cdot 0{,}10 + 0{,}1 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}2 \cdot 2{,}27\,;\, 0{,}10\} = \underline{0{,}10\text{ m}}$

  $b_{eff} = 0{,}10 + 0{,}30 + 0{,}10 = \underline{0{,}50\text{ m}}$

8.3 Verfahren zur Bemessung von Plattenbalken

Voraussetzung für das hier angegebene Bemessungsverfahren ist, dass die Nulllinie parallel zum Druckrand verläuft, das heißt der Träger biegt sich normal zur Druckplattenebene durch. Oft wird dies bei Randträgern durch die Verbindung mit der übrigen Stahlbetonkonstruktion erzwungen. In Sonderfällen ist jedoch die schiefe Lage der Nulllinie (in der Regel auf numerischem Wege) zu berücksichtigen.

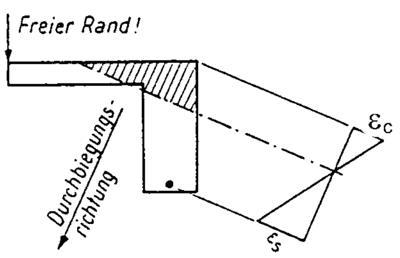


Bild 8.10: *Schiefe Biegung bei Randträgern*

Die Bemessung von Plattenbalken unterscheidet sich nur dann von der Bemessung eines Rechteckquerschnitts, wenn die Nulllinie in den Steg fällt. Es muss also zunächst die Lage der Nulllinie bestimmt werden.

8.3.1 Dehnungs-Nulllinie in der Platte

Bei der Bemessung von Rechteckquerschnitten ist nur eine rechteckige Betondruckzone erforderlich. Die Querschnittsform im Zugbereich ist für die Biegebemessung beliebig, da die Zugfestigkeit des Betons rechnerisch nicht berücksichtigt wird. Dieser Fall liegt bei Plattenbalken vor, solange die Nulllinie in der Platte ist. Die Bemessung darf deshalb genauso wie beim Rechteckbalken vorgenommen werden. Es ist dabei anstatt der Breite *b* die mitwirkende Plattenbreite b_{eff} zu verwenden. Es ergibt sich also folgender Rechengang:

- Bestimmung von b_{eff}
- Berechnung von $\mu_{Eds} = M_{Eds} / (b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd})$
- Nachprüfen, ob die Bedingung $x = \xi \cdot d \leq h_f$ erfüllt ist
- Wenn $x \leq h_f$ dann erfolgt die Biegebemessung mit $A_{s,rqd} = \omega_1 \cdot b_{eff} \cdot d / (f_{yd}/f_{cd}) + N_{Ed}/f_{yd}$

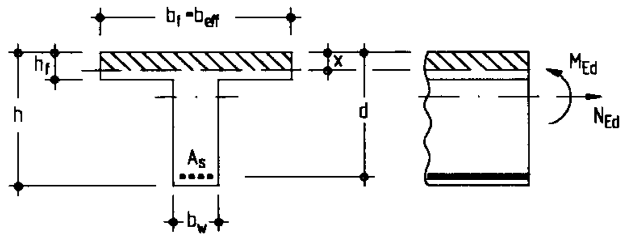
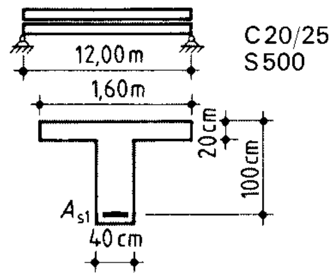


Bild 8.11: *Plattenbalkenquerschnitt mit Nulllinie in der Platte*

Beispiel 8.2: Biegebemessung eines einfeldrigen Plattenbalkens



<u>Gegeben</u>: Gegeben ist ein Einfeldträger mit Plattenbalkenquerschnitt; Einwirkungen: g_k = 35 kN/m; q_k = 45 kN/m

<u>Gesucht</u>: Erforderliche Biegezugbewehrung in Feldmitte.

mitwirkende Plattenbreite:

l_{eff} = 12,00 m $\rightarrow l_0 = 1{,}0 \cdot 12{,}0 = \underline{12{,}0\text{ m}}$

$b_{eff,1} = \min\{0{,}2 \cdot b_1 + 0{,}1 \cdot l_0 ; 0{,}2 \cdot l_0 ; b_1\}$

$= \min\{0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}1 \cdot 12{,}0 ; 0{,}2 \cdot 12{,}0 ; 0{,}60\} = \underline{0{,}60\text{ m}}$

$b_{eff,2} = \underline{0{,}60\text{ m}}$

$b_{eff} = 0{,}60 + 0{,}40 + 0{,}60 = \underline{1{,}60\text{ m}}$

Bemessungswert der Einwirkungen:

$e_d = g_d + q_d = 1{,}35 \cdot 35{,}0 + 1{,}50 \cdot 45{,}0 = \underline{114{,}75\text{ kN/m}}$

Bemessungsmoment in Feldmitte:

$M_{Ed} = 114{,}75 \cdot 12{,}00^2 / 8 = \underline{2065{,}5\text{ kNm}}$ wegen $N_{Ed} = 0 \rightarrow M_{Eds} = M_{Ed}$

Bemessung:

$\mu_{Eds} = M_{Eds} / (b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}) = 2065{,}5 \cdot 10^{-3} / (1{,}60 \cdot 1{,}0^2 \cdot 11{,}3) = \underline{0{,}114}$

Interp. Ablesewert: $\xi = 0{,}151 \rightarrow$ $x = 0{,}151 \cdot 100 = 15{,}1\ \text{cm} \leq h_f = 20\ \text{cm}$ ✓

$A_{s,rqd} = \omega_1 \cdot b_{eff} \cdot d \,/\, (f_{yd}/f_{cd}) = 0{,}1216 \cdot 160{,}0 \cdot 100 / 38{,}4 = \underline{50{,}7\ \text{cm}^2}$

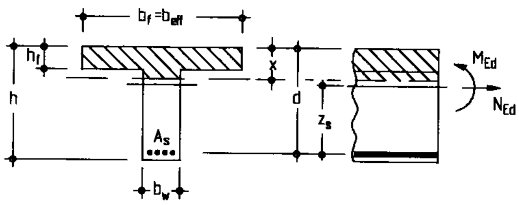
gewählt: 4 ∅ 40, in 1. Lage $A_{s,prov} = \underline{50{,}3\ \text{cm}^2 \approx 50{,}7\ \text{cm}^2}$

8.3.2 Dehnungs-Nulllinie im Steg

Wird während der Bemessung nach Kap. 8.3.1 klar, dass die Druckzonenhöhe größer ausfällt als die Plattendicke (Gurthöhe), also $x > h_f$ ist, so wird eine zutreffende Bemessung nur mit besonderen Tabellen möglich (Bild 8.12). Diese sind in einschlägigen Tabellenbüchern zu finden und können in dimensionsloser oder dimensionsgebundener Form aufgestellt werden. Sie benötigen als Tabelleneingabewerte die geometrischen Verhältnisse h_f/d und b_f/b_w.

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \qquad \text{mit } M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_s$$

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} (\omega \cdot b_f \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed})$$



h_f/d=0,05	ω_1-Werte für b_f/b_w =				
μ_{Eds}	≥ 10	5	3	2	1
0,01	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101
0,02	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203
0,03	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306
0,04	0,0409	0,0409	0,0410	0,0410	0,0410
0,05	0,0514	0,0514	0,0514	0,0514	0,0515
0,06	0,0629	0,0624	0,0622	0,0621	0,0621
0,07	0,0767	0,0742	0,0735	0,0731	0,0728
0,08		0,0871	0,0852	0,0844	0,0836
0,09		0,1014	0,0976	0,0961	0,0946
0,10			0,1107	0,1082	0,1057
0,11			0,1246	0,1206	0,1170
0,12			0,1396	0,1336	0,1285
0,13				0,1470	0,1401
0,14				0,1611	0,1518
0,15				0,1757	0,1638
0,16				0,1912	0,1759
0,17				0,2196	0,1882
0,18				0,2384	0,2007
0,19					0,2134
0,20					0,2263
0,21					0,2395
0,22					0,2529
0,23					0,2665
0,24					0,2804
0,25					0,2946
0,26					0,3091
0,27					0,3239
0,28					0,3391
0,29					0,3545
0,30					0,3706
0,31					0,3870
0,32					0,4038
0,33					0,4212
0,34					0,4391
0,35					0,4577
0,36					0,4768
0,37					0,4969

oberhalb dieser Linie gilt:
$\xi = x/d \geq 0{,}45$

h_f/d=0,10	ω_1-Werte für b_f/b_w =				
μ_{Eds}	≥ 10	5	3	2	1
0,01	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101	0,0101
0,02	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203	0,0203
0,03	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306	0,0306
0,04	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410	0,0410
0,05	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515	0,0515
0,06	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621	0,0621
0,07	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728	0,0728
0,08	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836	0,0836
0,09	0,0945	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946
0,10	0,1060	0,1059	0,1058	0,1058	0,1057
0,11	0,1192	0,1179	0,1175	0,1173	0,1170
0,12		0,1311	0,1298	0,1292	0,1285
0,13		0,1459	0,1427	0,1415	0,1401
0,14			0,1565	0,1542	0,1518
0,15			0,1712	0,1674	0,1638
0,16				0,1812	0,1759
0,17				0,1955	0,1882
0,18				0,2106	0,2007
0,19				0,2266	0,2134
0,20					0,2263
0,21					0,2395
0,22					0,2529
0,23					0,2665
0,24					0,2804
0,25					0,2946
0,26					0,3091
0,27					0,3239
0,28					0,3391
0,29					0,3545
0,30					0,3706
0,31					0,3870
0,32					0,4038
0,33					0,4212
0,34					0,4391
0,35					0,4577
0,36					0,4768
0,37					0,4969

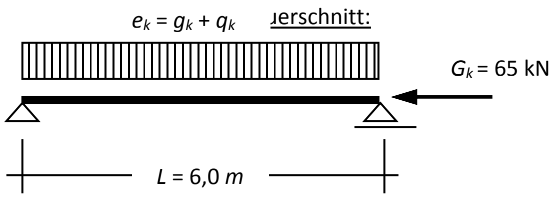
Bild 8.12: *Bemessungstabellen mit dimensionslosen Beiwerten für den Plattenbalkenquerschnitt*

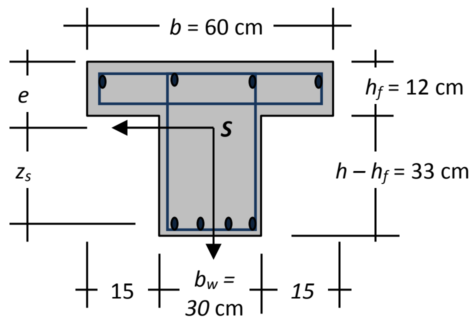
Die DIN 1992-1-1 fordert dabei, dass die Stauchung in der Plattenmitte auf ε_{c2} – für Normalbeton somit auf -2,0 $^0/_{00}$ – zu begrenzen ist. Der Tragwiderstand des T-förmigen Plattenbalkenquerschnitts braucht jedoch nicht kleiner angesetzt zu werden als derjenige des Stegs mit der Höhe *h* und der üblichen Dehnungsverteilung bei rechteckigen Querschnitten (vgl. Kap. 3).

Beispiel 8.3: Biegebemessung eines einfeldrigen druckbeanspruchten Plattenbalkens

Gegeben: Gegeben ist ein einfeldriger Fertigteilträger mit Plattenbalkenquerschnitt; Einwirkungen: g_k = 17,5 kN/m; q_k = 22,5 kN/m; N_{gk} = -65,0 kN.

Als Baustoffe sollen C 20/25 und BSt 500 S verwendet werden. Die Betondeckung darf mit c_{nom} = 30 mm und die Bügelbewehrung mit $d_{s,Bü}$ = 10 mm berücksichtigt werden.





Gesucht: Erforderliche Biegelängsbewehrung in Feldmitte und Bew.-wahl

Bemessungswerte der Einwirkungen:

$e_d = g_d + q_d$ = 1,35 · 17,5 + 1,50 · 22,5 = $\underline{57{,}38 \text{ kN/m}}$

F_d = 1,35 · 65,0 = $\underline{87{,}75 \text{ kN}}$

Schnittgrößen:

N_{Ed} = $\underline{-\ 87{,}75 \text{ kN}}$; M_{Ed} = 57,38 · 6,00² / 8 = + $\underline{258{,}2 \text{ kNm}}$

Schwerpunktlage:

z_{sp} = (600·120·60 + 300·330·285) / (600·120 + 300·330) = $\underline{190{,}3 \text{ mm}}$

Lage der Zugbewehrung: (Annahme: $d_{s,l}$ = 20 mm; einlagige Bewehrung)

d = 450 – 30 – 10 – 20/2 = $\underline{400 \text{ mm}}$ $\rightarrow$ z_s = 400,0 – 190,3 = $\underline{209{,}7 \text{ mm}}$

Bemessungsmoment:

M_{Eds} = 258,1 - (-87,75) * 0,2097 = $\underline{276{,}6 \text{ kNm}}$ = $\underline{0{,}2766 \text{ MNm}}$

mitwirkende Breite:

$b_{eff,1}$ = = min {0,2 · 0,15 + 0,1 · 6,0 ; 0,2 · 6,0 ; 0,15} = $\underline{0{,}15 \text{ m}}$ $\rightarrow$ Plattenbreite wirkt voll mit

b_{eff} = 2 · 0,15 + 0,30 = $\underline{0{,}60 \text{ m}}$

Biegebemessung (ohne Verfestigung):

μ_{Eds} = 0,2766 / (0,60·0,40²·11,3) = $\underline{0{,}254}$

$\rightarrow \xi = x/d \cong 0{,}371 \rightarrow$ x = 0,371 · 400 = $\underline{148 \text{ mm} \geq 120}$ (Nulllinie im Steg)

Biegebemessung (mit Hilfe von Bemessungstabellen für Plattenbalken mit folgenden Tabelleneingabewerten):

b_{eff}/b_w = 600 / 300 = <u>2,0</u> ; h_f/d = 120/400,0 = <u>0,3</u> ; μ_{Eds} = <u>0,254</u>

Ablesewerte (Interpolation): ω_1 = 0,300

$A_{s,rqd}$ = 0,300·60,0·40,0·11,3/435 + (-87,75)/43,5 = <u>16,7 cm²</u> (Dimension beachten)

<u>gewählt</u>: 6 ∅ 20 in 1. Lage; $A_{s,prov}$ = <u>18,8 cm² > 16,7 cm²</u>
$b_{w,rqd}$ = (6+5)·20 + 2·10 + 2·30 = <u>300 mm ≥ b_w</u>

8.3.3 Näherungsverfahren bei schlankem Plattenbalken (DAfStb; Heft 425)

Bei <u>schlanken</u> Plattenbalken ($b_f > 5 \cdot b_w$) kann man in der Regel die Betondruckspannungen im Steg vernachlässigen und die Lage der Druckspannungsresultierenden in Gurtplattenmitte bei $h_f/2$ annehmen. Bei bekannter Lage der Zugbewehrung kann so sehr einfach der innere Hebelarm z berechnet werden (vgl. Bild 8.13):

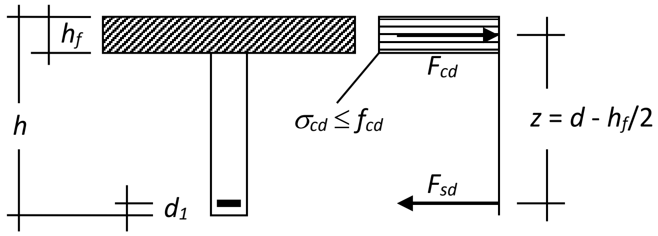


Bild 8.13: *Innerer Hebelarm bei einem schlanken Plattenbalken*

Die erforderliche Biegebewehrung kann somit wie folgt ermittelt werden:

$$A_{s,rqd} = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left(\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \right)$$

Die Annahme konstanter Betondruckspannung ist gerechtfertigt, wenn $\varepsilon_c \geq 2{,}0\ ^0/_{00}$ am unteren Plattenrand ist. Ist dieser Nachweis erbracht, so muss lediglich überprüft werden, ob die aufnehmbare Betonspannung f_{cd} die vorhandene Betondruckspannung σ_{cd} übertrifft.

$$\sigma_{cd} = \frac{M_{Eds}}{z \cdot b_f \cdot h_f} \leq f_{cd}$$

8.4 Querkraftbemessung bei Plattenbalken

8.4.1 Querkraftbeanspruchung im Steg

Die maßgebende Querkraftbeanspruchung ist beim Plattenbalken im Steg genauso wie beim Rechteckbalken zwischen Nulllinie und der Zugbewehrungseinlage (vgl. Kap. 4.3.2). Es gilt:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd}$$

Für die Bauteilwiderstände V_{Rd} sind in Abhängigkeit vom jeweiligen Versagensmechanismus drei Widerstandsgrößen definiert:

- $V_{Rd,c}$ Grenzwert der aufnehmbaren Querkraft eines Bauteils ohne Querkraftbewehrung
- $V_{Rd,s}$ Bemessungswert der durch die Querkraftbewehrung begrenzten Querkraft
- $V_{Rd,max}$ Bemessungswert der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten maximal aufnehmbaren Querkraft

Bei Plattenbalken gilt wie schon beim Rechteckbalken, dass eine Mindestbewehrung einzulegen ist, wenn der Wert für $V_{Rd,c}$ unterschritten wird. Deshalb empfiehlt es sich, zunächst den Nachweis zur Ermittlung der erforderlichen Querkraftbewehrung zu führen und mit der Mindestbewehrung zu vergleichen. Der größere Wert ist maßgebend. Die erforderliche Querkraftbewehrung berechnen sich aus

$$a_{sw,rqd} = \frac{A_{sw,rqd}}{s_w} = \frac{V_{Ed,w}}{z \cdot f_{yd} \cdot (cot\,\theta + cot\,\alpha) \cdot sin\,\alpha}$$ .. bei lotrechten Bügeln: $$a_{sw,rqd} = \frac{V_{Ed,w}}{z \cdot f_{yd} \cdot cot\,\theta}$$

Die Mindestbewehrung beträgt

$$a_{sw,min} = \frac{A_{sw,min}}{s_w} = \rho_{min} \cdot b_w \cdot sin\,\alpha$$

Der Mindestquerkraftbewehrungsgrad ρ_{min} wird aus dem Bewehrungsgrad ρ ermittelt.

$$\rho = \eta_1 \cdot 0{,}16 \cdot f_{ctm} \,/\, f_{yk}$$

Der Bewehrungsgrad für die verschiedenen Festigkeitsklassen ist in Tabelle 6.1 angegeben. Im Allgemeinen lässt sich nun der Mindestwert für die Querkraftbewehrung bei stabförmigen Bauteilen ermitteln aus

$$\rho_{min} = 1{,}0 \cdot \rho$$

Der Bemessungswiderstand $V_{Rd,max}$ der Quertragfähigkeit ergibt sich bekanntlich zu

$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$ .. bei lotrechten Bügel $$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z}{cot\,\theta + tan\,\theta}$$

Die Neigung der Druckstrebe θ wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\cot\theta \le \frac{1{,}2 + 1{,}4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \begin{cases} \ge 1{,}0 & \rightarrow \theta = 45{,}0° \\ \le 3{,}0 & \rightarrow \theta = 18{,}4° \end{cases}$$

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 - 1{,}2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}\right) \cdot b_w \cdot z$$

Der Nachweis wird an der schmalsten Stelle mit der Breite b_w geführt. Es besteht also kein Unterschied zwischen Plattenbalken und Rechteckquerschnitten beim Nachweis der Querkrafttragfähigkeit im Steg.

8.4.2 Querkraftbeanspruchung in den Gurten

Bei Plattenbalken wird die Mitwirkung von Zug- oder Druckgurten bei der Biegebemessung berücksichtigt. Dieses bedeutet, dass bei veränderlichen Biegemomenten Anteile der Betondruckkraft F_{cd} in die Platte übertragen werden müssen. Da auch diese Teile der Biegedruckkraft mit der Biegezugkraft im Gleichgewicht stehen müssen, ist eine schubfeste Verbindung der Platte an den Steg erforderlich. Auch für gezogene Plattenteile mit ausgelagerter Zugbewehrung führt diese Betrachtungsweise zu Schubspannungen in den Plattenanschnitten. Bei Plattenbalken ist deshalb ein weiterer Nachweis für die Schubtragfähigkeit erforderlich.

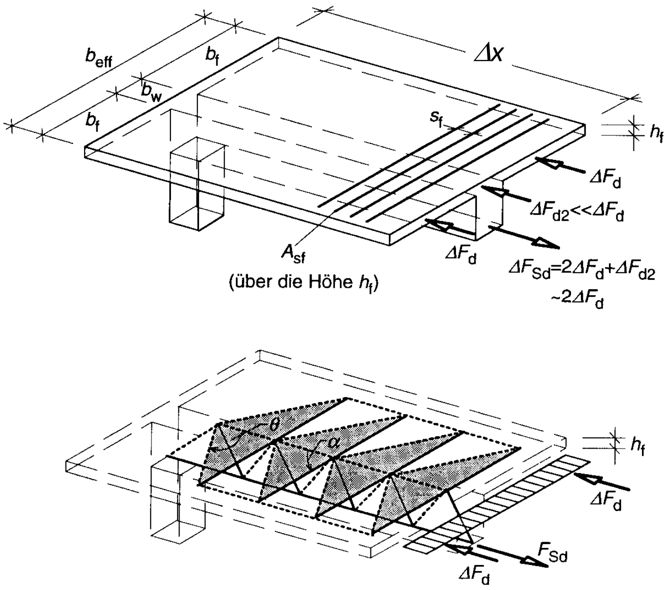


Bild 8.14: *Fachwerkmodell für den Plattenanschluss*

Für die Erfassung dieser Beanspruchung wird wieder ein Fachwerkmodell verwendet, welches horizontal in der Plattenmittelfläche angeordnet wird. Das Bild 8.14 zeigt das Zusammenwirken zwischen Steg- und Plattenfachwerk. Der Nachweis wird - wie beim Steg - durch Vergleich der einwirkenden Querkraft mit dem Bauteilwiderstand geführt. Der Bemessungswert der einwirkenden Schubkraft ergibt sich aus der sogenannten Längskraftdifferenz ΔF_d; es gilt:

$$V_{Ed} = \Delta F_d \le V_{Rd,max} \qquad \text{und} \qquad V_{Ed} = \Delta F_d \le V_{Rd,s}$$

Die einwirkende Längskraftdifferenz ΔF_d, die in einem einseitigen Gurtabschnitt auftritt, darf auf eine Länge von Δx konstant verteilt werden. Für die Länge Δx darf höchstens der halbe Abstand zwischen Momentennullpunkt und Momentenhöchstwert angenommen werden. Bei nennenswerten Einzellasten sollen die Abschnittslängen nicht über die Querkraftsprünge hinausgehen. Für die Ermittlung der Längskraftdifferenz ΔF_d ist zu unterscheiden, ob die Gurtkräfte ΔF_{cd} eines Druckgurtes (zusätzl. Index c) bzw. ΔF_{sd}, also die eines Zuggurtes (bestehend aus Bewehrungsstäben; Index s) benötigt werden.

- Anschluss des Druckgurtes: Die Druckgurtkraft ΔF_{cd} des abliegenden Gurtbereiches ergibt sich aus folgender Formel (reine Biegung, ohne Längskraft):

$$\Delta F_{cd} = \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \cdot \frac{F_{ca}}{F_{cd}}$$

Hierbei sind: ΔM_{Ed} Differenz der Bemessungsbiegemomente zwischen Anfang und Ende des Stababschnittes der Länge Δx
z innerer Hebelarm
F_{ca} anteilige Betondruckkraft im abliegenden Flansch
F_{cd} Druckspannungsresultierende der gesamten Druckzone

Liegt die Dehnungsnulllinie mit $x \leq h_f$ in der Platte, vereinfacht sich die obige Gleichung auf

$$\Delta F_{cd} = \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \cdot \frac{A_{ca}}{A_{cd}} = \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \cdot \frac{b_a}{b_{eff}}$$

mit A_{ca} Fläche der Druckzone hinter dem Anschnitt a-a (vgl. Bild 8.15)
A_{cd} gesamte Fläche der Druckzone

- <u>Anschluss des Zuggurtes</u>: Die Zuggurtkraft ΔF_{sd} ist die anteilige Zugkraft der Bewehrung, die im Gurt außerhalb des Steges als „ausgelagerte" Einzelstäbe angeordnet sind:

$$\Delta F_{sd} = \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \cdot \frac{A_{sa}}{A_s}$$

Hierbei sind: A_{sa} anteilige Fläche der ausgelagerten Bewehrung (vgl. Bild 8.15)
A_s Gesamtfläche der Biegezugbewehrung

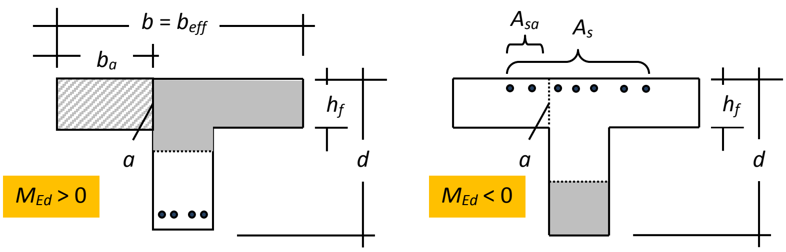


***Bild 8.15:** Bezeichnungen für Anschluss des Druck- bzw. Zuggurtes*

Die Schubtragfähigkeit des Gurtanschlusses wird bestimmt durch die Druckstreben- und Zugstrebentragfähigkeit des (liegenden) Strebenfachwerkmodells (vgl. Bild 8.14). Nimmt man die üblichen Bemessungsformeln zum Nachweis der Querkrafttragfähigkeit (Kap. 4.3.2) und ersetzt dabei die Parameter b_w und z durch h_f resp. Δx und setzt zu dem vereinfachend den Druckstrebenwinkel cot θ = 1,2 (bei Druckgurtanschluss) bzw. cot θ = 1,0 (bei Zuggurtanschluss), so entstehen bei einer quer zum Steg verlaufenden Anschlussbewehrung (α = 90°) folgende Tragfähigkeitsgleichungen:

- <u>Anschluss des Druckgurtes</u>:

NW der Druckstrebe: $$V_{Rd,max} = 0{,}492 \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \Delta x \quad \geq \quad \Delta F_{cd}$$

NW der Zugstrebe: $$V_{Rd,s} = a_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \Delta x \cdot 1{,}2 \quad \geq \quad \Delta F_{cd} \quad \rightarrow \quad a_{sf,rqd} = \frac{\Delta F_{cd}}{f_{yd} \cdot \Delta x \cdot 1{,}2}$$

- <u>Anschluss des Zuggurtes</u>:

NW der Druckstrebe: $$V_{Rd,max} = 0{,}5 \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \Delta x \quad \geq \quad \Delta F_{sd}$$

NW der Zugstrebe: $$V_{Rd,s} = a_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \Delta x \cdot 1{,}0 \quad \geq \quad \Delta F_{sd} \quad \rightarrow \quad a_{sf,rqd} = \frac{\Delta F_{sd}}{f_{yd} \cdot \Delta x}$$

7.4.3 Hinweise zur Bewehrungsführung der Anschlussbewehrung von Gurten

Bei Plattenbalken (auch bei Hohlkästen) müssen Plattenbereiche, die als Druck- oder Zuggurt mitwirken, schubfest an den jeweiligen Steg angeschlossen werden, was in der Regel durch Anschlussbewehrung sichergestellt wird. Hierbei sind einige Besonderheiten zu beachten.

- Schub zwischen Gurt und Steg bei gleichzeitiger Querbiegung der Platte

  Bei Beanspruchung durch Schub zwischen Gurt und Steg und gleichzeitig auftretender Querbiegung der Platte (i.d.R. negative Biegemomente aus Tragrichtung der Platte quer zum Unterzug) ist auf der Oberseite des Gurtes die größere erforderliche Bewehrung einzulegen, die sich entweder aus $0{,}5 \cdot a_{sf,rqd}$ gemäß der Bemessung nach Kap. 8.4.2 oder aus der Biegebemessung der Platte infolge Querbiegung mit $a_{sl,\,Platte}$ ergibt (vgl. Bild 8.16). Auf der Unterseite des Gurtes ist lediglich $0{,}5 \cdot a_{sf,rqd}$ gemäß der Bemessung nach Kap. 7.4.2 anzuordnen.

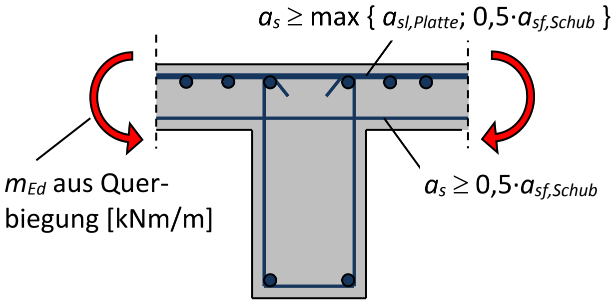


Bild 8.16: *Bewehrung im Gurtbereich bei kombinierter Beanspruchung*

- Verzicht auf Schubbewehrung bei geringem Schub

  Ist bereits Biegezugbewehrung aus Querbiegung einzulegen, so kann auf zusätzliche Bewehrung aus Schub zwischen Gurt und Steg verzichtet werden, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} \leq 0{,}4 \cdot f_{ctd}$$

- Schubbewehrung zwischen Gurt und Steg sowie Querkraft in der Platte

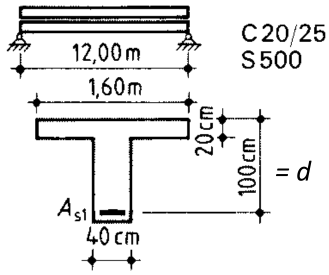
  Bei stärkerer Querkraftbeanspruchung der Platte sollte zusätzlich eine Interaktion der Querkraft-druckstreben aus Scheibenschub (Schub aus dem Gurtanschluss) und Plattenschub (Querkraftab-tragung in der Platte in Richtung des lastaufnehmenden Plattenbalkens) berücksichtigt werden; und zwar in der Form:

$$\frac{V_{Ed,Platte}}{V_{Rd,max,Platte}} + \frac{V_{Ed,Scheibe}}{V_{Rd,max,Scheibe}} \leq 1{,}0 \qquad \text{mit} \qquad V_{Ed,Scheibe} = \Delta F_{cd} \quad bzw. \quad \Delta F_{sd}$$

mit

$V_{Ed,\,Platte}$	einwirkende Querkraft in der Platte am Anschnitt a-a (quer zur Plattenebene)
$V_{Rd,\,max,\,Platte}$	max. Querkrafttragfähigkeit der Platte (vgl. auch Kap. 4)
$V_{Ed,\,Scheibe}$	Schubbeanspruchung aus Anschluss des Gurtes an den Steg (vgl. Kap. 8.4.2)
$V_{Rd,\,max,\,Scheibe}$	max. Querkrafttragfähigkeit des Gurtes (vgl. Kap. 8.4.2)

Beispiel 8.4: Querkraftbemessung eines einfeldrigen Plattenbalkens (vgl. Beispiel 8.2)



Gegeben: Gegeben ist ein Einfeldträger mit Plattenbalkenquerschnitt; Einwirkungen: g_k = 35 kN/m; q_k = 45 kN/m

Gesucht: Erforderliche Querkraftbewehrung und Anschlussbewehrung der Druckgurtes

mitwirkende Plattenbreite: b_{eff} = 0,60 + 0,40 + 0,60 = 1,60 m

Bemessungswert der Einwirkungen:

e_d = $g_d + q_d$ = 1,35 · 35,0 + 1,50 · 45,0 = 114,75 kN/m

Bemessungsquerkraft am Auflager (direkte Auflagerung; Auflagertiefe a = 30 cm):

$V_{Ed,0}$ = 114,75 · 12,0 · 0,5 = 688,50 kN
V_{Ed} = 688,50 – 114,75 · (0,3/2 + 1,0) = 556,54 kN

Bemessung des Balkensteges:

Nachweis der Druckstrebe: $$V_{Rd,max} = \frac{\nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z}{cot\,\theta + tan\,\theta}$$

$$cot\,\theta = \frac{1{,}2}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \quad \text{mit} \quad V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot b_w \cdot z$$

$V_{Rd,cc}$ = 0,5·0,48 · $20^{1/3}$· 0,4 · 0,9·1,0 = 0,2345 MN = 234,5 kN

cotθ = 1,2 / (1-234,5/688,5) = 1,82 < 3,0 → Neigungswinkel: θ = 28,8°

$V_{Rd,max}$ = (0,75 · 11,3 · 0,4 · 0,9·1,0)/(1,82+0,549) = 1,288 MN = 1288 kN > 688,5 kN = $V_{Ed,0}$

Ermittlung der Querkraftbewehrung:

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot cot\,\theta \quad \rightarrow \quad a_{sw,rqd} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z \cdot cot\,\theta}$$

$a_{sw,rqd}$ = 556,54 / (43,5·0,9·1,0·1,82) = 7,81 cm²/m

gewählt: Bügel ∅ 10, s = 20 cm, 2-schnittig $a_{sw,prov}$ = 7,85 cm²/m ≥ 7,81 cm²/m

Bemessung der Anschlussbewehrung des Druckgurtes (Schub zwischen Balkensteg und Druckgurt):

Der Nachweis wird für den Balkenabschnitt zwischen x = 0 und x = l/4 geführt. Δx ist somit 3,0 m.

bei x = 0: M_{Ed} = 0; bei x = 3,0 m: M_{Ed} = 0,75·$M_{Ed,Feldmitte}$ = 0,75 · 2065,5 = 1549,1 kNm

$$V_{Ed} = \Delta F_{cd} = \frac{\Delta M_{Ed}}{z} \cdot \frac{b_a}{b_{eff}}$$ (Nulllinie im Gurt $x < h_f$ → Verhältnis: b_a/b_{eff})

V_{Ed} = (1549,1 - 0,0)/0,9 · 0,6/1,6 = 645,5 kN

Nachweis der Druckstrebe: $$V_{Rd,max} = 0{,}492 \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \Delta x \quad \geq \quad \Delta F_{cd}$$

$V_{Rd,max}$ = 0,493 · 0,75 · 11,3 · 0,20 · 3,0 = 2,507 MN = 2507 kN ≥ 645,5 kN = ΔF_{cd} √

Nachweis der Zugstrebe (erf. Anschlussbewehrung):

$$V_{Rd,s} = a_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \Delta x \cdot 1{,}2 \quad \geq \quad \Delta F_{cd} \qquad \rightarrow \qquad a_{sf,rqd} = \frac{\Delta F_{cd}}{f_{yd} \cdot \Delta x \cdot 1{,}2}$$

$a_{sf,rqd}$ = 645,5 / (43,5 · 3,0 ·1,2) = <u>4,12 cm²/m</u>

Bei geringer Schubbeanspruchung kann in monolithischen Querschnitten mit Mindestbiegebewehrung auf Anschlussbewehrung verzichtet werden, wenn die nachfolgende Gleichung erfüllt wird.

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} \leq 0{,}4 \cdot f_{ctd} \qquad\qquad f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_C$$

Mit f_{ctd} = 0,85·1,50/1,5 = 0,85 N/mm² errechnet sich:

v_{Ed} = 0,6455/(0,2·3,0) = <u>1,08 MN/m²</u> > 0,4 · 0,85 = <u>0,34 MN/m²</u> (nicht erfüllt!)

Die erforderliche Anschlussbewehrung ist jeweils zur Hälfte auf Ober- und Unterseite des Druckgurtes quer zur Achse des Plattenbalkens zu verteilen. Die obere Querbiegebewehrung darf vollständig auf den erforderlichen oberen 50%-Anteil der Anschlussbewehrung angerechnet werden. Der untere 50%-Anteil der Anschlussbewehrung mit 2,06 cm²/m ist in jedem Fall vorzusehen.