4 Bemessung für Querkraft

4.1 Allgemeine Grundlagen

Es ist aus der Festigkeitslehre bekannt, dass in allen Balkenbereichen mit veränderlichem Biegemoment eine Beanspruchung infolge der Querkraft vorliegt (Bild 4.1).

$V_z = \mathrm{d}M_y / \mathrm{d}x$

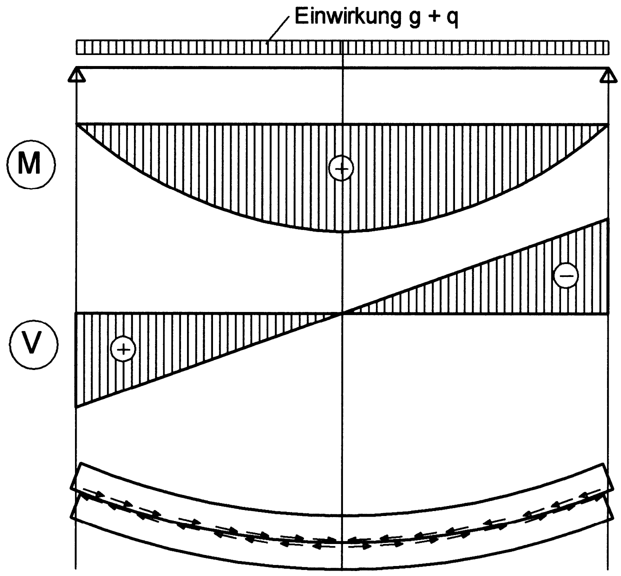


Bild 4.1: *Schnittgrößen und Schubspannungen eines Einfeldträgers*

Die Verteilung der Normalspannung senkrecht zur Querschnittsebene ist bei homogenen Baustoffen gegeben durch:

$$\sigma_{x(z)} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z \qquad \text{mit} \qquad \max \sigma_x = \sigma_{x(z=zu)} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z_u = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_{y,u}}$$

Die Verteilung der Schubspannungen parallel zur Querschnittsfläche ist bei homogenen Baustoffen gegeben durch:

$$\tau_{xz(z)} = \frac{V_z \cdot S_{y(z)}}{I_y \cdot b_{(z)}} \qquad \text{mit} \qquad \max \tau_{xz} = 1{,}5 \cdot \frac{V_z}{A}$$

und $z = \frac{I_y}{S_y} = \frac{2}{3} \cdot h$ (innerer Hebelarm bei Rechteckquerschnitten)

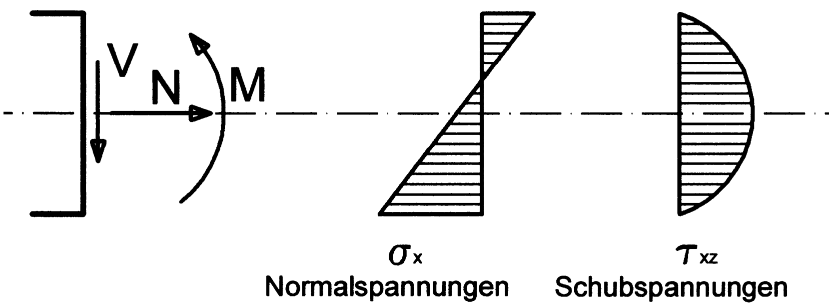


***Bild 4.2**: Spannungsverteilung nach der Festigkeitslehre für einen Rechteckquerschnitt*

σ_x und τ_{xz} sind Spannungen, die sich in diesem Fall auf das gewählte Koordinatensystem beziehen. Gleichzeitig sind sie Spannungskomponenten der <u>Hauptspannungen</u> σ_I und σ_{II}. Für Größe und Richtung der Hauptspannungen gelten bekanntlich die folgenden Beziehungen für den ebenen Fall:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \qquad \sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \qquad \tan 2\alpha = 2 \cdot \frac{\tau_{xz}}{\sigma_x}$$

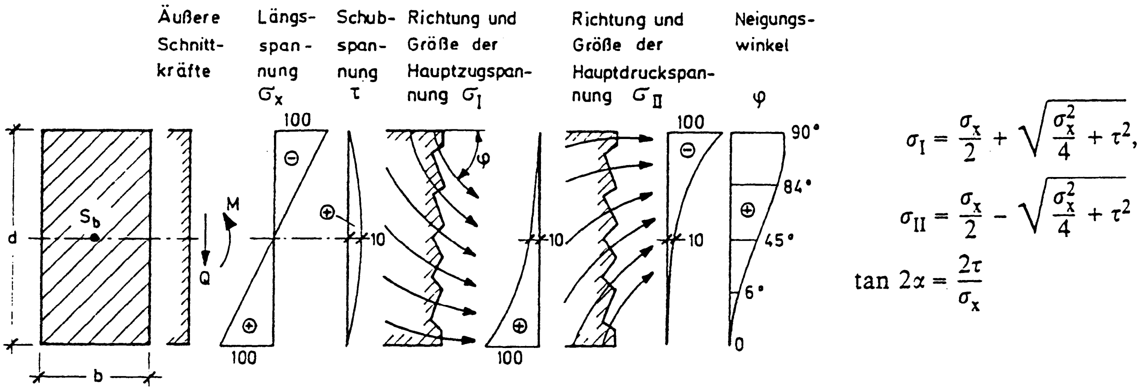


***Bild 4.3**: Hauptspannungsverteilung für einen Rechteckquerschnitt*

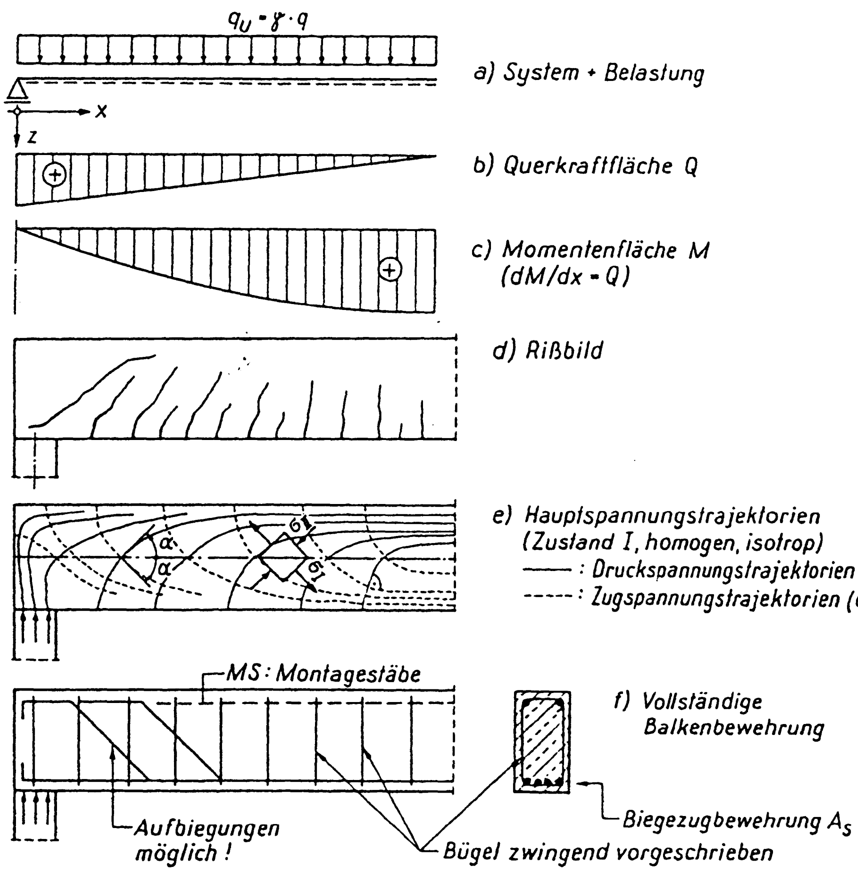


***Bild 4.4:** Biegeträger bei Wirkung von M und V*

Wenn die Größe der Hauptzugspannung die Zugfestigkeit des Betons überschreitet, bilden sich Risse senkrecht zur Hauptzugspannung σ_I bzw. parallel zur Hauptdruckspannung σ_{II} (vgl. Bild 4.4). Nach Einsetzen der Rissbildung entstehen im Stahlbetonquerschnitt andere Spannungsverteilungen von σ_x und τ_{xz} (vgl. Bild 4.5).

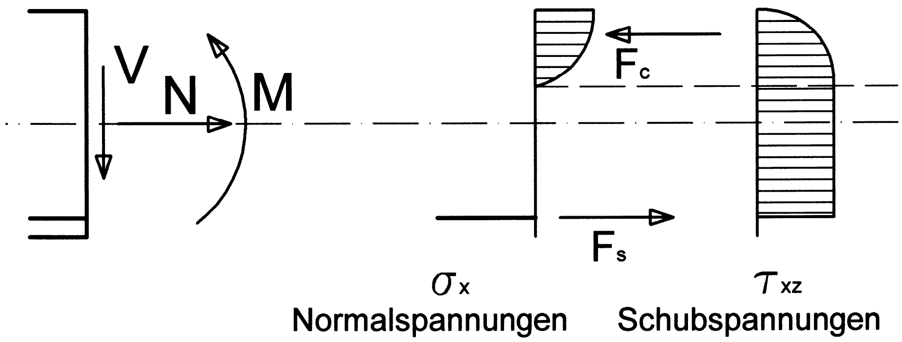


Bild 4.5: *Spannungsverteilung nach Rissbildung*

Durch den Ausfall des Betons infolge Rissbildung gilt zwischen der Spannungsnulllinie und der Stahleinlage:

$$\sigma_I = +\sqrt{\tau_{xz}^2} = +\tau_{xz} \qquad \sigma_{II} = -\sqrt{\tau_{xz}^2} = -\tau_{xz} \qquad \alpha = \pm 45°$$

Die so ermittelten Hauptdruckspannungen σ_{II} dürfen die vorgegebenen zulässigen Spannungswerte nicht überschreiten. Die Hauptzugspannungen σ_I müssen durch Stahleinlagen abgedeckt werden.

4.2 Bemessungswert der einwirkenden Querkraft

Betrachtet man den Verlauf der Spannungstrajektorien, so ist einsichtig, dass bei gedrungenen Balken mit kleinem Verhältnis *l/d* ein Teil der Belastung über Sprengwerkwirkung direkt in das Auflager abgegeben wird, wenn dieses an der Unterseite des Balkens ansetzt.

Bei der „direkten" Lagerung bildet sich im auflagernahen Bereich ein fächerförmiger Verlauf der Druckspannungstrajektorien aus. In diesem Bereich, der annähernd durch eine Schnittlinie von der Auflagervorderkante bis zur Bauteiloberkante unter einem Winkel von 45° begrenzt wird, stützt sich die Druckstrebe direkt in das Auflager ab, so dass für diesen Anteil der Druckstrebenkraft keine Querkraftbewehrung erforderlich ist.

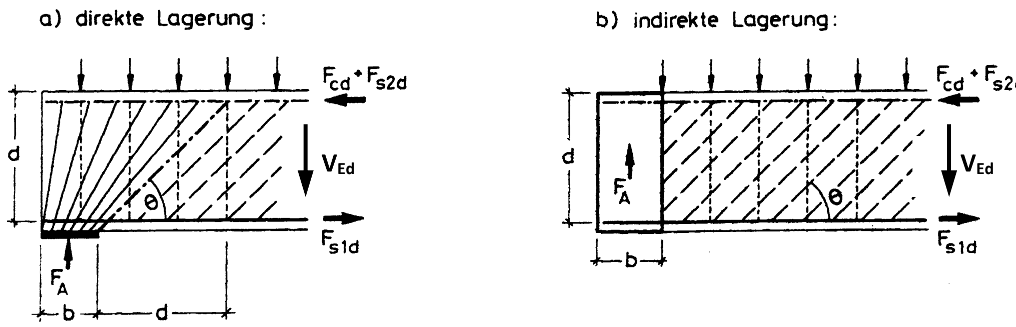


Bild 4.6: *Verlauf der Druckspannungstrajektorien im Auflagerbereich*

Bei einer „indirekten“ Auflagerung, wie sie sich z.B. bei der Einbindung eines Nebenträgers in einen gleichhohen Hauptträger ergibt, stellt sich der beschriebene Druckfächer nicht ein. Sämtliche Nachweise sind deshalb am Auflagerrand zu führen. Zusätzlich ergibt sich aus der Betrachtung des Kräfteverlaufs zwischen Haupt- und Nebenträger, dass im Kreuzungsbereich die gesamte Auflagerkraft des Nebenunterzugs durch eine Aufhängebewehrung an die Bauteiloberseite zu führen ist.

Ist ein Nebenunterzug durch einen höheren Hauptunterzug gestützt, so ist dieser Effekt nicht so eindeutig bestimmbar. Die Norm definiert, das eine „direkte“ Lagerung vorliegt, wenn der Abstand der Unterkante des gestützten Bauteils zur Unterkante des stützenden Bauteils größer ist als die Höhe des gestützten Bauteils. Andernfalls ist von einer „indirekten“ Lagerung auszugehen.

Legende

1 stützendes Bauteil

2 gestützes Bauteil

$(h_1 - h_2) \geq h_2$ direkte Lagerung

$(h_1 - h_2) < h_2$ indirekte Lagerung

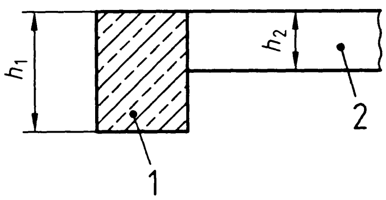


Bild 4.7: *Definition der direkten und indirekten Lagerung*

Bei gleichmäßig verteilter Belastung und direkt gelagerten Balken und Platten darf für die Ermittlung der Querkraftbewehrung der Bemessungswert V_{Ed} aufgrund der direkten Einleitung auflagernaher Lastanteile in das Auflager in einer Entfernung von d vom Auflagerrand ermittelt werden. Bei indirekter Lagerung ist der Bemessungswert V_{Ed} am Auflagerrand zu bestimmen.

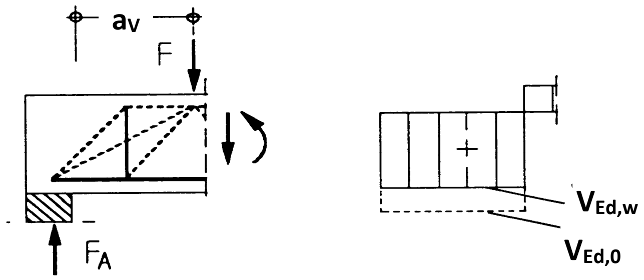


Bild 4.8: *Auflagernahe Einzellast*

Bei auflagernahen Einzellasten stellt sich ähnlich der Druckfächerausbildung bei direkter Auflagerung ein Sprengwerk ein, bei dem sich die zugehörige Druckstrebe ganz oder teilweise direkt auf das Auflager stützt. Für diesen Anteil ist dann keine Querkraftbewehrung erforderlich. Bei der Bemessung darf deshalb der Querkraftanteil infolge einer Einzellast, welche im Abstand von $a_v \leq 2{,}0 \cdot d$ vom Auflagerrand steht, für die Berechnung der Querkraftbewehrung mit folgendem Faktor verringert werden:

$$\beta = a_v / (2{,}0 \cdot d)$$

Beim Nachweis der Betondruckstrebe darf von diesen beiden Reduzierungen nicht Gebrauch gemacht werden, da die zu übertragende Kraft über diese Strebe auf das Lager direkt geführt wird.

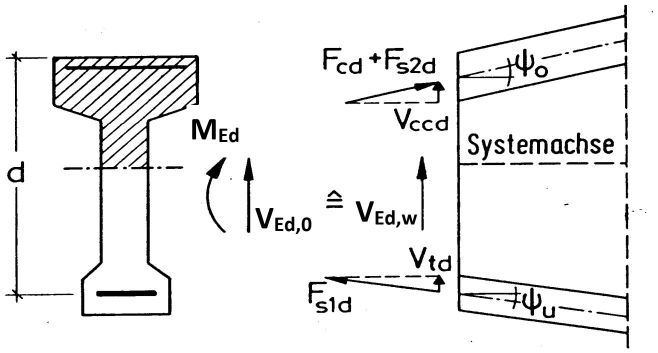


Bild 4.9: *Schub erzeugende Querkraft bei geneigten Bauteilkanten*

In Tragwerken mit veränderlicher Bauhöhe sind für den Bemessungswert der maßgebenden Querkraft zusätzliche Untersuchungen anzustellen. Im Rahmen der statischen Berechnung wird die einwirkende Querkraft in der Regel senkrecht zur Bauteilachse ermittelt. Bei geneigten Ober- oder Unterkanten der Träger wird ein Teil der so berechneten Querkraft jedoch von den Vertikalanteilen der geneigten Gurtkraft abgetragen. Dadurch wird die tatsächliche schuberzeugende Querkraft $V_{Ed,w}$ in Abhängigkeit von der Bauteilgeometrie kleiner bzw. größer als die berechnete Querkraft V_{Ed}. Bei der Bemessung nach DIN EN 1992-1-1, 6.2.1 dürfen die vertikalen Anteile der geneigten Gurtkräfte deshalb wie folgt berücksichtigt werden:

$$V_{Ed,w} = V_{Ed,0} - V_{ccd} - V_{td}$$

mit $V_{ccd} = (F_{cd} + F_{s2d}) \cdot \tan\psi_o$ $\qquad$ $V_{td} = F_{s1d} \cdot \tan\psi_u = \left(\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed}\right) \cdot \tan\psi_u$

und $V_{Ed,0}$ = Grundbemessungswert der einwirkenden Querkraft

V_{ccd} und V_{td} sind positiv, d. h. sie vermindern die Bemessungsquerkraft V_{Ed}, wenn sie in Richtung vom Grundbemessungswert der einwirkenden Querkraft $V_{Ed,0}$ weisen. Das gilt, wenn in Trägerlängsrichtung mit steigendem Betrag des Momentes ($|M_{Ed}|$) auch die Nutzhöhe d zunimmt.

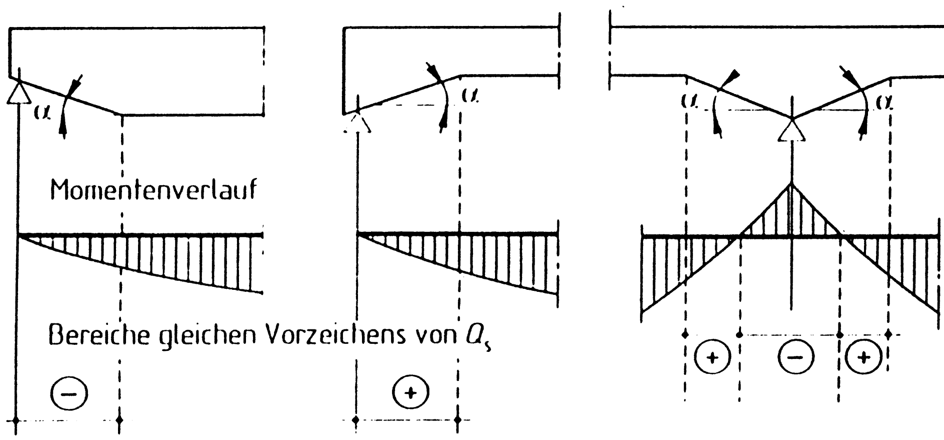
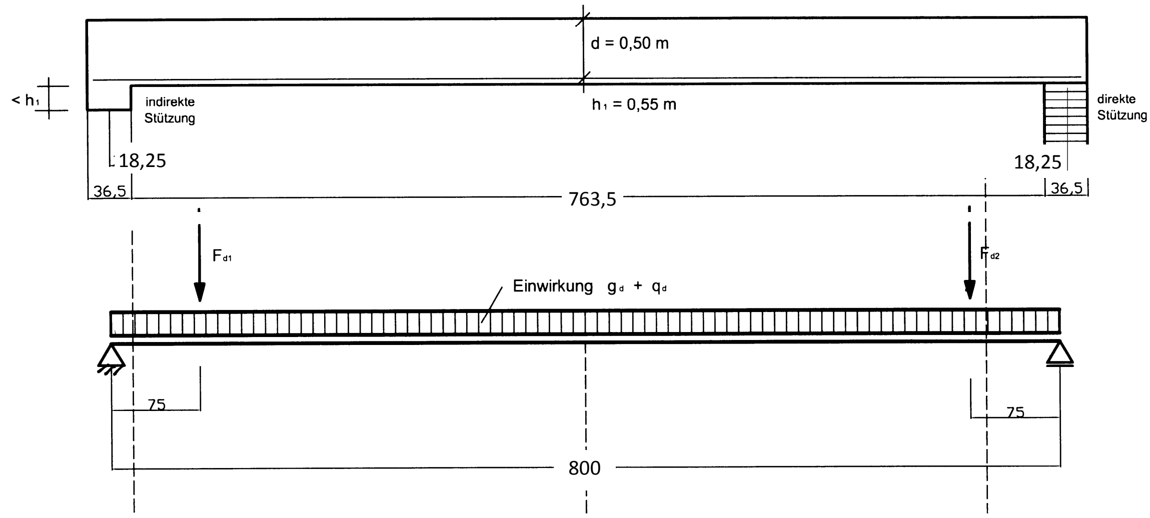


***Bild 4.10**: Maßgebende Querkraft bei Vouten*

Beispiel 4.1: Bemessungswerte für V_{Ed}

Gegeben: Einfeldträger mir indirekter Stützung am linken Auflager (die Schwerachse des lastaufnehmenden Randträgers liegt über der Unterkante des lastabgebenden Trägers) und direkter Auflagerung am rechten Lager (gesamte Auflagerpressung an Trägerunterkante).

Einwirkungen: Gleichlast q_d = 30 kN/m; Einzellasten $F_{d1} = F_{d2}$ = 50 kN



Gesucht: maßgebende Bemessungsquerkräfte in Nähe der jeweiligen Auflager

Aus statischer Berechnung ergeben sich die Querkräfte in den rechnerischen Auflagerachsen zu

$$V_{Ed,l} = q_d \cdot l/2 + F_{d1} \cdot (l - b)/l + F_{d2} \cdot c/l$$

$$= 30 \cdot 8{,}0/2 + 50 \cdot (8{,}00 - 0{,}75)/8{,}00 + 50 \cdot 0{,}75/8{,}00 = 120 + 45{,}3 + 4{,}7 = \underline{170{,}0 \text{ kN}}$$

$$V_{Ed,r} = q_d \cdot l/2 + F_{d1} \cdot b/l + F_{d2} \cdot (l - c)/l$$

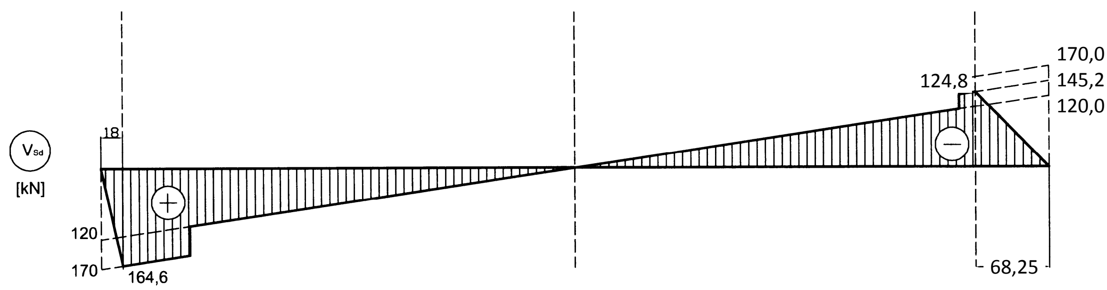
$$= 30 \cdot 8{,}0/2 + 50 \cdot 0{,}75/8{,}0 + 50 \cdot (8{,}0 - 0{,}75)/8{,}0 = 120 + 4{,}7 + 45{,}3 = \underline{170{,}0 \text{ kN}}$$

maßgebende Querkraft:

$$V_{Ed,l,w} = 170 - 30 \cdot 0{,}18 = \underline{164{,}6 \text{ kN}}$$

$$V_{Ed,r,w} = 170 - 30 \cdot (0{,}18 + 0{,}50) - 45{,}3 \cdot (0{,}75 - 0{,}18)/2{,}0 \cdot 0{,}50 = 170 - 20{,}4 - 24{,}8 = \underline{124{,}8 \text{ kN}}$$

Querkraftverlauf:



4.3 Nachweisform und Tragmodelle für die Querkraftbemessung

4.3.1 Nachweisform

Wie bereits bei der Biegebemessung in Kap. 3 gezeigt, muss auch bei der Querkraftbeanspruchung ein Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) geführt werden. Der Nachweis ist so zu führen, dass der Bemessungswert der maßgebenden einwirkenden Querkraft V_{Ed} (Kap. 4.2) den Bemessungswert des Bauteilwiderstandes V_{Rd} nicht übertrifft; allgemein gilt:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd}$$

Der Bauteilwiderstand V_{Rd}, auch als Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft bezeichnet, wird durch einen der drei nachfolgenden Werte bestimmt:

- $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ Aufnehmbare Bemessungsquerkraft eines Bauteils <u>ohne</u> Querkraftbewehrung
- $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$ Aufnehmbare Bemessungsquerkraft eines Bauteils <u>mit</u> Querkraftbewehrung (ergibt sich aus Tragfähigkeit der „Zugstrebe“ innerhalb des Fachwerkmodells; vgl. Kap. 4.4)
- $V_{Ed} \leq V_{Rd,\max}$ Maximale Bemessungsquerkraft im Hinblick auf die Tragfähigkeit der „Druckstrebe“ innerhalb des Fachwerkmodells; vgl. Kap. 4.4)

Auf die Formelherleitung für diese Größen wird in den nachfolgenden Kapiteln näher eingegangen.

4.3.1 Kammmodell

Bauteile, die keine Querkraftbewehrung (i.d.R. lotrechte Bügel) enthalten, entwickeln zur Lastabtragung eine kammartige Tragstruktur (Bild 4.11). Die Querkraftübertragung wird durch mehrere mechanische Komponenten bewerkstelligt:

- Kornverzahnung in den Rissen (Rissufer verhaken sich miteinander);
- Einspannwirkung der Betonzähne in Höhe der Dehnungsnulllinie (Anschluss zwischen den Rissen an die Biegedruckzone; maßgebend ist die Betonzugfestigkeit f_{ct});
- Dübelwirkung der Biegezugbewehrung (Stäbe verdübeln die Rissufer)
- Gewölbewirkung des Druckbogens (von Auflager zu Auflager; in Bild 4.11 nicht dargestellt)

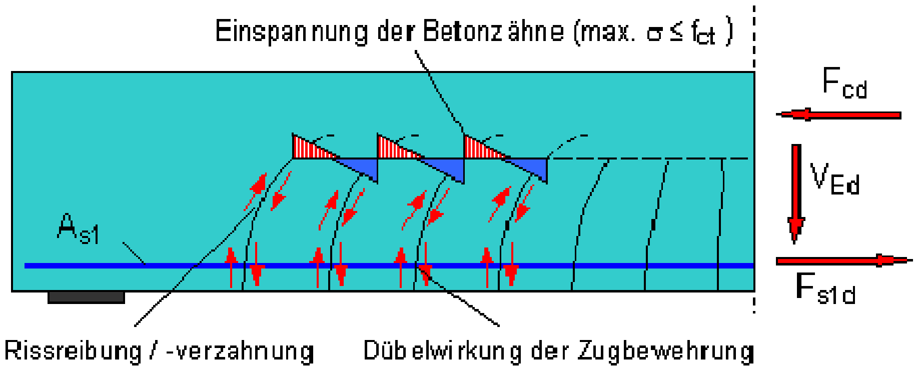


***Bild 4.11**: Querkraftmodell für Bauteile ohne Querkraftbewehrung (Kammmodell)*

Die aufnehmbare Querkraft dieses Modells wird durch den Bemessungswiderstands $V_{Rd,c}$ definiert.

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0{,}12 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c,\min}$$

Die darin enthaltenen Parameter sind:

$C_{Rd,c} = 0{,}15/\gamma_c$ (in der Regel gilt $\gamma_c = 1{,}5$)

$k = 1 + (200/d)^{0,5} \leq 2{,}0$ mit d in [mm]

b_w kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Nutzhöhe d

d Nutzhöhe (Abstand zwischen Achse der Biegezugbewehrung bis zum Druckrand)

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$ mit Längskraft N_{Ed} infolge von Last oder Vorspannung (Druck positiv !!)

$\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d) \leq 0{,}02$ Längsbewehrungsgrad; die Bewehrung A_{sl} muss ab der Nachweisstelle mindestens mit $(d+l_{bd})$ gemäß Bild 4.12 verankert sein.

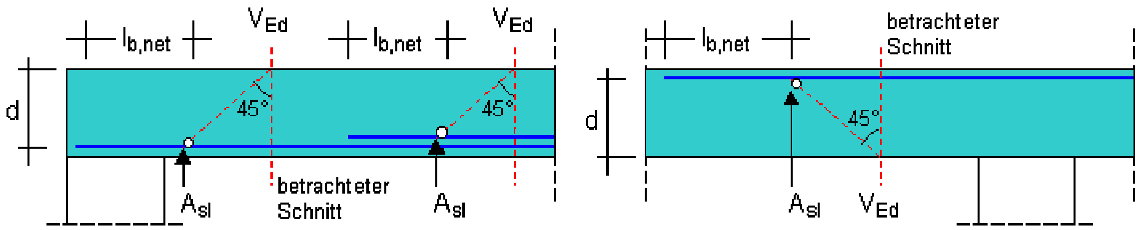


***Bild 4.12**: Definition von A_{sl} nach obiger Gleichung*

Die Formel für den Bemessungswiderstand $V_{Rd,c}$ wurde nach Durchführung zahlreicher Versuche mehr oder weniger empirisch entwickelt. Bauteilhöhe und -breite, Betongüte, Bewehrungsmenge und der Einfluss einer Längsdruckkraft sind die wesentlichen Parameter, die in der oben angegebenen Formel zu finden sind. Die Formel liefert jedoch für den theoretischen Grenzfall $A_{sl} = 0$ den errechneten Wert $V_{Rd,c} = 0$. In der DIN EN 1992-1-1 wird deshalb ergänzend eine Mindestquerkrafttragfähigkeit vorgegeben, die $V_{Rd,c}$ nach „unten" hin begrenzt:

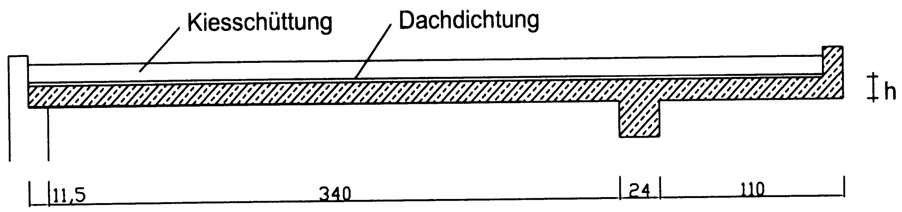
$$V_{Rd,c,\min} = \left[(\kappa_1/\gamma_c) \cdot (k^3 \cdot f_{ck})^{0,5} + 0{,}12 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w \cdot d$$

mit $\kappa_1 = 0{,}0525$ für $d \leq 60$ cm
$\kappa_1 = 0{,}0375$ für $d \geq 80$ cm (Zwischenwerte interpolieren)

Auf Querkraftbewehrung darf üblicherweise nur bei Platten oder plattenartigen Bauteilen wie Fundamente verzichtet werden, wenn der Nachweis $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ erbracht werden kann. Das Einlegen einer Querkraftbewehrung bei diesen Tragwerken erfordert einen hohen Arbeitsaufwand und ist ggf. nur in Teilbereichen einer hoch beanspruchten Platte erforderlich; dazu ein einführendes Beispiel.

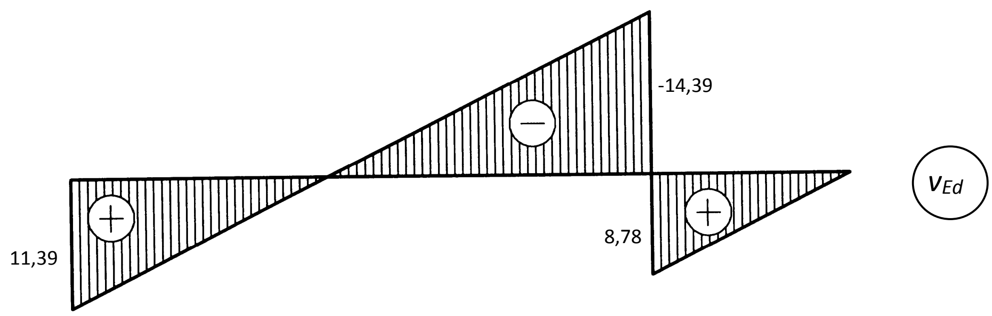
Beispiel 4.2: Querkraftbemessung für eine einachsig gespannte Deckenplatte

Gegeben: Einachsig gespannte Platte mit Kragarm; Betonfestigkeitsklasse C25/30; BSt500M; Einwirkungen gemäß Beispiel in Kap. 3.6: g_d = 6,08 kN/m²; q_d = 1,12 kN/m²; aus der Biegebemessung ergab sich im Feld vorh $a_{s,unten}$ = 2,57 cm²/m ; über der Stützung am rechten Auflager $a_{s,oben}$ = 1,88 cm²/m.



Gesucht: Nachweis bezüglich der Querkrafttragfähigkeit (GZT)

Aus Kap. 3.6 ist bereits der Querkraftverlauf in [kN/m] bekannt. Die zahlenmäßig größte Querkraftbeanspruchung stellt sich links neben dem rechten Auflager mit $v_{Ed,B,links}$ = 14,39 kN/m ein.



Bei einer Höhe des Randträgers von d_{RT} = 50 cm kann gemäß Bild 4.7 auch am rechten Auflager von einer direkten Lagerung ausgegangen werden: 50-13 = 27 > 13 ✓

Als Bemessungsgröße wird ohne Abminderung und auf der sicheren Seite liegend angesetzt:

$v_{Ed} \leq v_{Ed,B,links}$ = 14,39 kN/m.

Ohne Querkraftbewehrung aufnehmbare Querkraft:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{1/3} + 0{,}12 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c,\min}$$

mit

$k = 1 + (200/130)^{0,5} = 2{,}24 \leq 2{,}0 \quad \rightarrow \quad k = 2{,}0$

$\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d) = 1{,}88 / (100 \cdot 9) = 0{,}0021 \leq 0{,}02 \quad \rightarrow \quad \rho_l = 0{,}0021$

$C_{Rdc} = 0{,}15 / 1{,}5 = 0{,}10$

errechnet sich für einen Meterstreifen:

$$V_{Rd,c} = \left[0{,}10 \cdot 2{,}0 \cdot \left(100 \cdot 0{,}0021 \cdot 25{,}0\right)^{1/3}\right] \cdot 1000 \cdot 90 = 31500\,N = \underline{31{,}5\,kN}$$

Nachweis:

$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ $\rightarrow$ je Meterstreifen 14,39 kN $\leq$ 31,5 kN $\rightarrow$ keine Querkraftbew. erforderlich

Die Bedingung $V_{Rd,c} \leq V_{Rd,c,min}$ ist nicht mehr zu überprüfen, da bereits die einwirkende Querkraft kleiner als $V_{Rd,c}$ ist; der nachfolgende Rechengang deshalb nur zur Demonstration.

$$V_{Rd,c,\min} = \left[(\kappa_1/\gamma_c)\cdot\left(k^3\cdot f_{ck}\right)^{0,5} + 0{,}12\cdot\sigma_{cp}\right]\cdot b_w\cdot d$$

$$= \left[(0{,}0525/1{,}5)\cdot\left(2{,}0^3\cdot 25\right)^{0,5}\right]\cdot 1000\cdot 90 = 44548\,N = \underline{44{,}5\,kN}$$

4.3.2 Fachwerkmodell

Bei höheren Querkraftbeanspruchungen stößt das Kammmodell an seine Grenzen. $V_{Rd,c}$ bzw. $V_{Rd,c,min}$ werden von der einwirkenden Bemessungsgröße V_{Ed} übertroffen, so dass die Lastabtragung nun mit einem anderen Modell beschrieben werden muss. Dieses Modell ist ein Fachwerkmodell bestehend aus einem Ober- und Untergurt – diese stellen die Biegedruckzone (Beton) und die Biegezugzone (Bewehrung auf der Zugseite) dar – sowie aus geneigten Betondruckstreben und vertikalen oder geneigten Zugstreben, die die Ober- und Untergurte miteinander zusammenkoppeln.

Bereits in den 20-iger Jahren wurde durch Analyse von Rissbildern ein erstes Fachwerkmodell von MÖRSCH entwickelt, mit dem der Kraftfluss im Zustand II beschrieben werden konnte (Bild 4.13):

- Druck- und Zuggurt gewährleisten das Momentengleichgewicht der Biegebemessung (Abstand = innerer Hebelarm z) und verlaufen parallel;
- Zugstreben unter einem beliebigen Winkel α (bei α = 90° $\rightarrow$ Querkraftbew. als lotrechte Bügel);
- die diagonalen Druckstebenkräfte unter θ = 45° werden vom Beton übernommen.

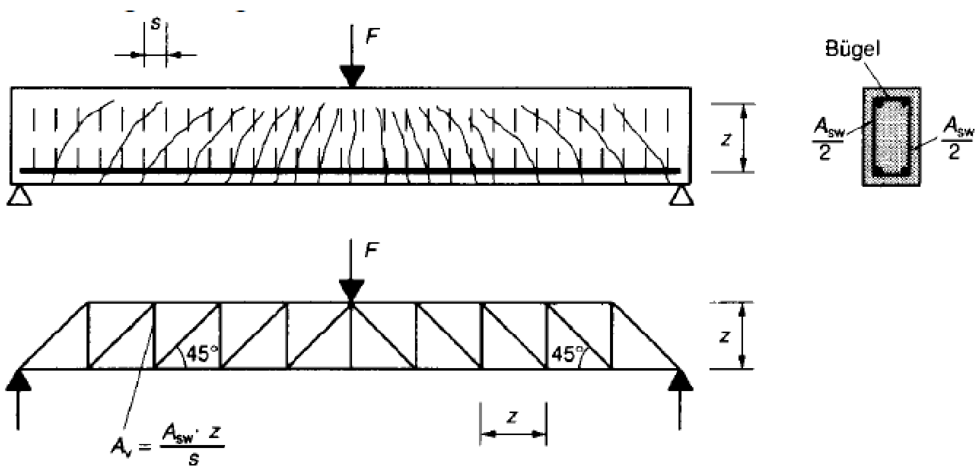


Bild 4.13: *Klassische Fachwerkanalogie nach Mörsch*

Die Annahme bei der klassischen Fachwerkanalogie, dass die Druckstreben mit einer Neigung von θ = 45° gegenüber der Horizontalen verlaufen ist willkürlich und in vielen Fällen nicht zutreffend. So haben Versuche gezeigt, dass bei üblichen Balken- und Querschnittsgeometrien die Druckstreben häufig flacher als 45° geneigt sind. Zudem verläuft der Druckgurt in Auflagernähe nicht mehr parallel zum Untergurt, so dass ein Teil der Querkraft vom Druckgurt abgetragen, die vom Steg zu übertragende Querkraft also gemindert wird.

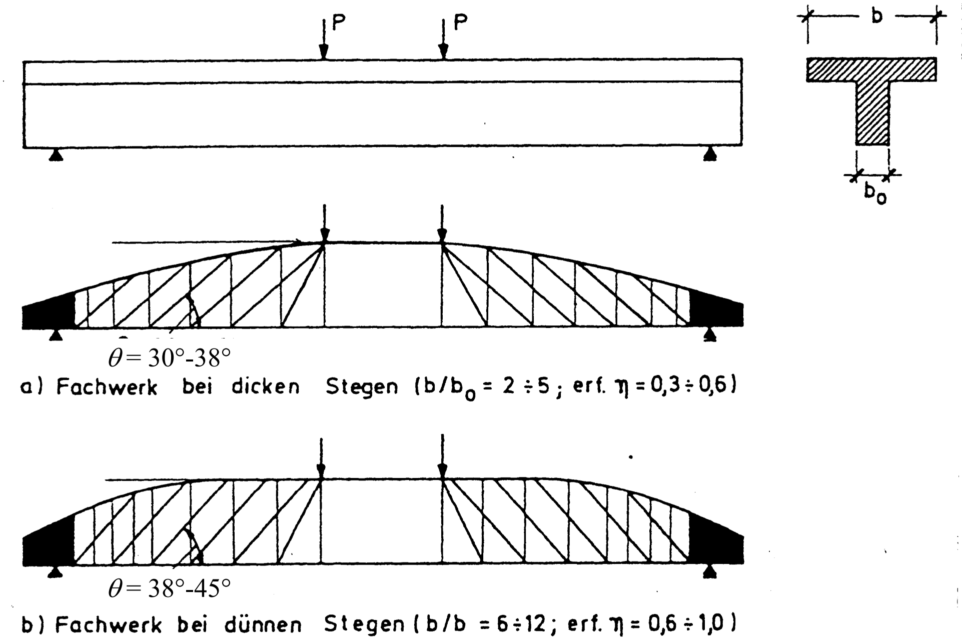


Bild 4.14: *Fachwerkmodelle der erweiterten Analogie*

Diese Einflüsse werden in der DIN EN 1992-1-1 bei der Querkraftbemessung berücksichtigt. Es sind deutlich flachere Druckstrebenwinkel als 45° zulässig. Zudem werden die Mechanismen der Lastabtragung ohne Querkraftbewehrung, die im Prinzip auch mit Querkraftbewehrung funktionieren, mit in das Formelwerk einbezogen; d.h. man setzt die Querkrafttragfähigkeit aus dem Anteil der Querkraftbewehrung und dem Anteil des Betons ohne Querkraftbewehrung zusammen.

Die Gleichungen der Querkraftbemessung sollen an einem Fachwerkmodell mit lotrechter Querkraftbewehrung und mittig angreifender Einzellast gemäß Bild 4.15 aufgezeigt werden. Mit der üblichen Fachwerkberechnung lassen sich für jeden Knoten die dort auftretenden Druck- bzw. Zugkräfte ermitteln. Für die Betondruckstrebe zwischen den Knoten 1 und 2 ergibt sich folgende Betonspannung σ_{cd}:

$$\sigma_{cd} = \frac{V_{Ed}}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{z \cdot \sin\theta \cdot \cot\theta} \cdot \frac{1}{b_w} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z} \cdot \frac{1+\cot^2\theta}{\cot\theta} \leq \upsilon_1 \cdot f_{cd}$$

Die Stahlspannung σ_{sd} der lotrechten Zugstrebe am Knoten 2 folgt aus:

$$\sigma_{sd} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot \cot\theta} \cdot \frac{1}{A_{sw}/s_w} = \frac{V_{Ed}}{\left(A_{sw}/s_w\right) \cdot z} \cdot \frac{1}{\cot\theta} \leq f_{yd}$$

Die Tragfähigkeit wird entweder durch das Erreichen der Streckgrenze f_{yd} der Querkraftbewehrung oder durch die maßgebende Druckfestigkeit $\upsilon_1 \cdot f_{cd}$ der Betondruckstrebe definiert. Die maximal von der Betondruckstrebe aufnehmbare Querkraft $V_{Ed} = V_{Rd,max}$ beträgt damit:

$$V_{Rd,\max} = \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{1}{\tan\theta + \cot\theta}$$

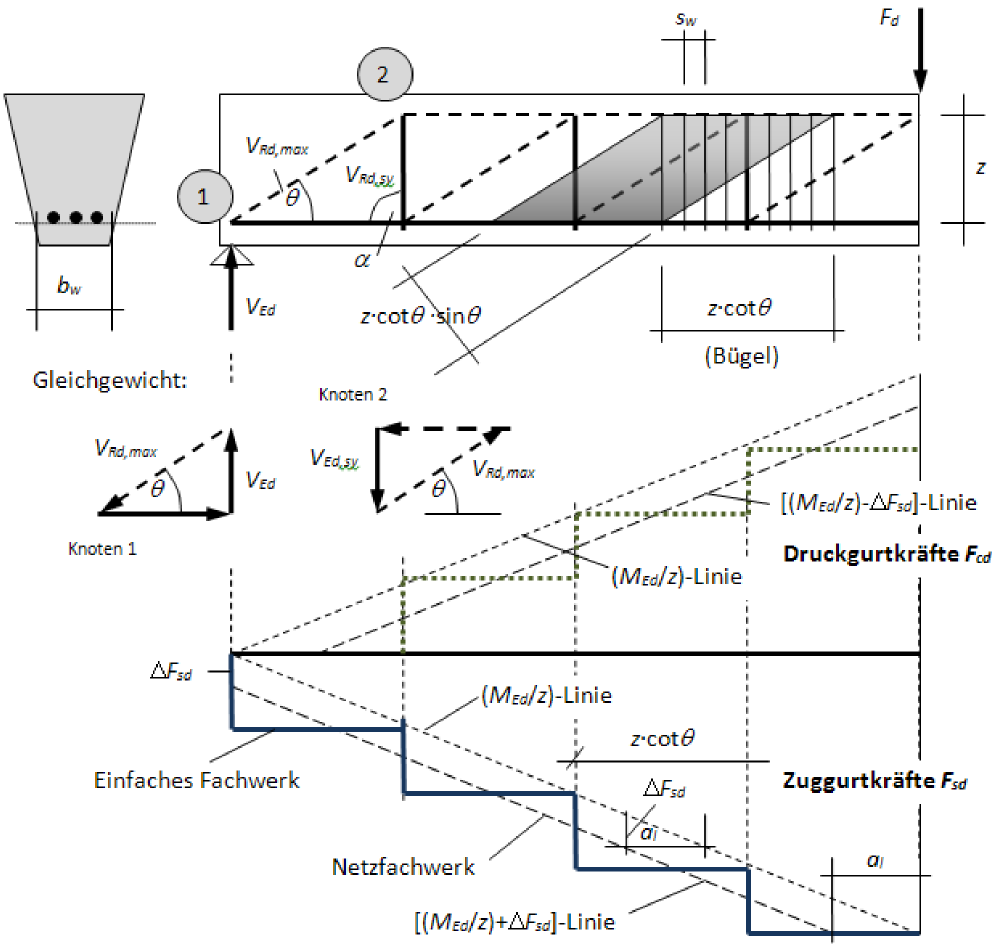


***Bild 4.15:** Fachwerkmodell mit lotrechter Querkraftbewehrung und Verlauf der Gurtkräfte*

Die größte von der Querkraftbewehrung aufnehmbare Querkraft $V_{Ed} = V_{Rd,s}$ erhält man auf gleichem Wege mit:

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s_w) \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot\theta$$

Die erforderliche Querkraftbewehrung – hier bei lotrechter Anordnung handelt es sich um Bügel – ist durch Auflösung der Gleichung nach A_{sw} / s_w gegeben mit:

$$erf\ a_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z \cdot \cot\theta} \quad \text{in [cm}^2\text{/m]}$$

Bei den obigen Formeln wird deutlich, dass der Druckstrebenwinkel θ erheblichen Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit besitzt. Je flacher dieser Winkel ist, desto stärker kann die Querkraftbewehrung reduziert werden. In Tab. 4.1 werden die Vorzüge gegenüber der klassischen Fachwerkanalogie deutlich.

***Tabelle 4.1:** Vergleich der Fachwerkanalogien*

Fachwerkanalogie →	erweiterte	klassische
Neigung θ	30° bis 45°	45°
Zugstrebenkräfte	geringer	größer
Druckstrebenkräfte	größer	geringer
Zugkraft im Untergurt	größer	geringer
Druckkraft im Obergurt	geringer	größer
Versatzmaß a_l	größer	geringer

Betrachtet man das Bild 4.15 genauer, so ist festzustellen, dass nicht nur die geneigten Druckstreben und lotrechten Zugstreben des dargestellten Fachwerks nachzuweisen sind, sondern auch die horizontalen Gurtkräfte, die bereits bei der Biegebemessung nachgewiesen worden sind, korrigiert werden müssen. Das Maß für diese Korrektur ergibt sich aus dem Betrag

$$\Delta F_{sd} = 0{,}5 \cdot |V_{Ed}| \cdot (\cot\theta - \cot\alpha) \quad ,$$

der auf der Zugseite zu größeren Zuggurtkräften führt, als wenn diese allein aus $F_{sd} = M_{Ed}/z$ ermittelt worden wären. Für die Bewehrungsführung auf der Zugseite bedeutet diese Korrektur, dass die erforderliche Bewehrungsmenge um das Versatzmaß

$$a_l = 0{,}5 \cdot z \cdot (\cot\theta - \cot\alpha)$$

in Richtung der Auflager und damit in Richtung des zahlenmäßig größer werdenden Querkraft horizontal verschoben werden muss. Direkt am Auflager verbleibt eine Restzugkraft

$$F_{sd,R} = \Delta F_{Sd} = V_{Ed} \cdot (a_l/z) + N_{Ed} \geq V_{Ed}/2 \quad ,$$

die hier ausreichend und in geeigneter Form verankert werden muss.

Im Bild 4.15 ist der treppenförmige Verlauf der Gurtkräfte F_{sd} und F_{cd} für das einfache Fachwerk (ausgezogene Linie) aufgetragen. Nun ist bei der Ausbildung der Schubbewehrung zu beachten, dass statisch bestimmte Fachwerke mit einfachen Strebenzügen nicht genügen, weil bei großem Abstand der Zugstäbe Schubrisse zwischen den Zugstäben zum Schubbruch führen können. Durch Überlagerung von mehreren einfachen Fachwerken erhält man sogenannte Netzfachwerke, bei denen die Zugstäbe deutlich enger liegen (vgl. Bild 4.16). Bei vielfacher Überlagerung von Einzelfachwerken entsteht ein kontinuierlicher Verlauf der Gurtkräfte F_{sd} und F_{cd}, der die Mittelpunkte der Treppenlinien verbindet. Folglich wird durch Vorgaben von Bewehrungsregeln der maximale Abstand der Bügel in Längsrichtung des Trägers, bezeichnet mit s_w begrenzt, so dass sich in der Realität immer ein Netzfachwerk ausbilden wird.

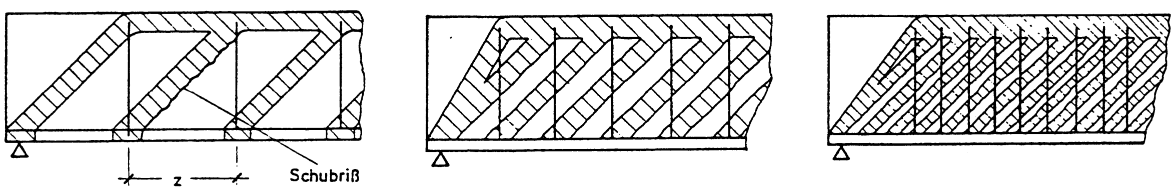


Bild 4.16: *Übergang vom einfachen Fachwerk zum Netzfachwerk*

Auf der Basis dieser theoretischen Grundlagen legt die DIN EN 1992-1-1 die nachfolgenden Formeln für die Nachweise der Querkrafttragfähigkeit fest.

- Bauteile mit lotrechter Querkraftbewehrung (Bügel)

  Bemessungswiderstand $V_{Rd,max}$ (berücksichtigt die Tragfähigkeit der unter θ geneigten Druckstrebe):

$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{1}{\tan\theta + \cot\theta}$$

mit α_{cw} = 1 (gemäß NAD; Ziffer 6.2.3) ; υ_1 = 0,75 · (1,1 - f_{ck}/500) $\leq$ 0,75
b_w = kleinste Stegbreite ; θ = Neigungswinkel der Druckstrebe

Bemessungswiderstand $V_{Rd,s}$ (berücksichtigt die Tragfähigkeit der lotrechten Bügelbewehrung)

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot\theta$$

mit $a_{sw} = A_{sw}/s_w$ = Querschnitt der Querkraftbewehrung je Längeneinheit (i.d.R. cm²/m)
$z \approx 0{,}9 \cdot d \leq \max\{d - 2 \cdot c_{v,l}\,;\; d - c_{v,l} - 30\text{ mm}\}$ = innerer Hebelarm mit $c_{v,l}$ als Verlegemaß der Längsbewehrung in der Druckzone

θ = Neigungswinkel der Druckstrebe, zu berechnen mit

$$\cot\theta \leq \frac{1{,}2 + 1{,}4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \begin{cases} \geq 1{,}0 & \rightarrow \theta = 45{,}0° \\ \leq 3{,}0 & \rightarrow \theta = 18{,}4° \end{cases}$$

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 - 1{,}2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}}\right) \cdot b_w \cdot z$$

$c = 0{,}50$
$\sigma_{cd} = N_{Ed}/A_c$ ($N_{Ed} > 0$ für Längsdruck)

Der Druckstrebenwinkel darf näherungsweise mit

cot θ = 1,2 für reine Biegung und für Biegung mit Längsdruckkraft
cot θ = 1,0 für Biegung und Längszugkraft

eingesetzt werden.

- <u>Bauteile mit geneigter Querkraftbewehrung</u> (Schrägstäbe unter dem Neigungswinkel α)

Bemessungswiderstand $V_{Rd,max}$ (berücksichtigt die Tragfähigkeit der unter θ geneigten Druckstrebe):

$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

Bemessungswiderstand $V_{Rd,s}$ (berücksichtigt die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung)

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \sin\alpha \cdot (\cot\theta + \cot\alpha)$$

mit α = Neigung der Querkraftbewehrung gegenüber der Längsbewehrung (α = 90° $\rightarrow$ lotrecht);
bei geneigter Querkraftbewehrung sind Druckstrebenwinkel in den Grenzen $0{,}58 \leq \cot\theta \leq 3{,}0$ zulässig.

Grundsätzlich ist bei balkenartigen Tragwerken eine Querkraftbewehrung einzulegen, auch wenn rechnerisch eine solche wegen $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ bzw. $V_{Ed} \leq V_{Rd,c,min}$ nicht erforderlich ist. Bewehrungsregeln fordern dann eine Mindestquerkraftbewehrung (vgl. Kap. 6).

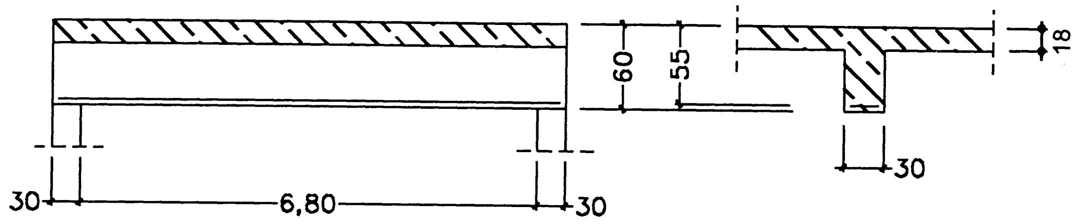
Es folgen drei Rechenbeispiele, in denen der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit durchgeführt wird.

Beispiel 4.3: Querkraftbemessung für einen Einfeldbalken

Gegeben: Der Unterzug gemäß der folgenden Abbildung ist für Querkraft zu bemessen. Die Schubbewehrung soll aus lotrechten Bügeln bestehen.

Baustoffe: C 20/25 mit $f_{cd} = 0{,}85 \cdot 20 / 1{,}5 = \underline{11{,}3\ \text{N/mm}^2}$
B 500 mit $f_{yd} = 500 / 1{,}15 = \underline{435\ \text{N/mm}^2}$

Streckenlasten: $g_k = 30$ kN/m; $q_k = 20$ kN/m



Gesucht: Nachweis einer ausreichenden Querkrafttragfähigkeit bei lotrechter Bügelbewehrung

Bemessungswerte der Einwirkungen:

$g_d = 1{,}35 \cdot 30{,}0 = 40{,}5$ kN/m; $q_d = 1{,}50 \cdot 20{,}0 = 30{,}0$ kN/m $\rightarrow g_d + q_d = \underline{70{,}5\ \text{kN/m}}$

Schnittgrößen:

$V_{Ed,l} = - V_{Ed,r} = 0{,}5 \cdot 70{,}5 \cdot (0{,}15 + 6{,}80 + 0{,}15) = \underline{250{,}3\ \text{kN}}$

Direkte Stützung: r = 0,15 + 0,55 = 0,70 m $\rightarrow$ $V_{Ed,w} = 250{,}3 - 70{,}5 \cdot 0{,}70 = \underline{200{,}9\ \text{kN}}$

Nachweis der schrägen Druckstrebe (Dimensionen beachten!):

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd} = 0{,}75 \cdot 11{,}3 = 8{,}48\ \text{N/mm}^2 = 0{,}85\ \text{kN/cm}^2$

$z = 0{,}9 \cdot d = 0{,}9 \cdot 55 = 50$ cm

$V_{Rd,cc} = 0{,}24 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 + 1{,}2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

$= 0{,}24 \cdot 20^{1/3} \cdot (1+0) \cdot 300 \cdot 500 = 97719\ \text{N} = \underline{97{,}7\ \text{kN}}$

$\cot\theta = (1{,}2 - 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

$= (1{,}2 - 0) / (1 - 97{,}7/250{,}3) = \underline{1{,}968} \leq 3{,}0$ bzw. $\geq 1{,}0$

$V_{Rd,max} = 0{,}85 \cdot 50 \cdot 30 / (1{,}968 + 0{,}508) = \underline{514{,}9\ \text{kN} \geq 250{,}3\ \text{kN}}$ $\rightarrow$ Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Querkraftbewehrung:

Bedingung: $V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot\theta \geq V_{Ed,w}$ $\rightarrow$ erf $a_{sw} = V_{Ed,w} / (\cot\theta \cdot f_{yd} \cdot z)$

erf $a_{sw} = 200{,}9 / (1{,}968 \cdot 43{,}48 \cdot 0{,}50) = \underline{4{,}69\ \text{cm}^2/\text{m}} > 0{,}0007 \cdot 30 = 0{,}021\ \text{cm} = \underline{2{,}1\ \text{cm}^2/\text{m}}$

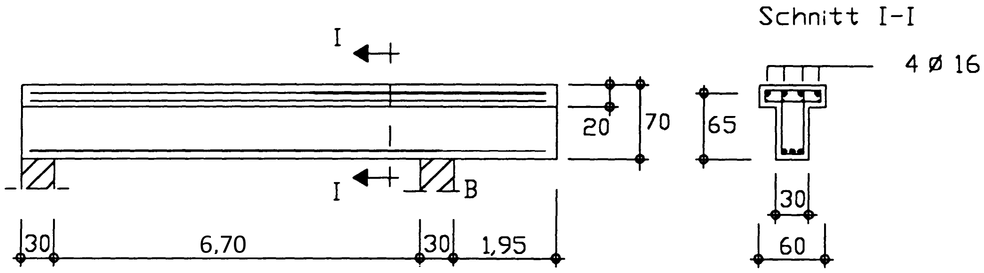
gewählt: Bü ∅ 8, s = 20 cm; zweischnittig $\rightarrow$ vorh $a_{sw} = \underline{5{,}02\ \text{cm}^2/\text{m} \geq 4{,}69\ \text{cm}^2/\text{m}}$

Beispiel 4.4: Querkraftbemessung für einen Einfeldbalken mit Kragarm

Gegeben: Der in der folgenden Abbildung dargestellte Einfeldträger mit Kragarm ist für Querkraft an den Stützen A und B_{links} zu bemessen. Die Schubbewehrung soll aus lotrechten Bügeln bestehen.

Baustoffe: C 30/37 mit f_{cd} = 0,85 · 30/1,5 = 17,0 N/mm² = 1,70 kN/cm²
B 500 mit f_{yd} = 500/1,15 = 435 N/mm² = 43,48 kN/cm²

Streckenlasten: g_k = 40 kN/m; q_k = 25 kN/m

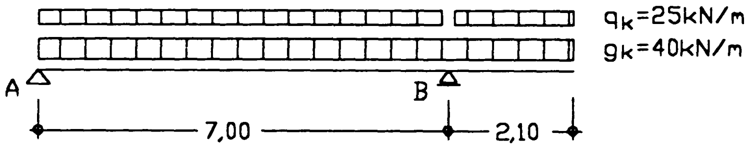


Gesucht: Nachweis einer ausreichenden Querkrafttragfähigkeit bei lotrechter Bügelbewehrung

Bemessungswerte der Einwirkungen:

g_d = 1,35 · 40,0 = 54,0 kN/m; q_d = 1,50 · 25,0 = 37,5 kN/m → $g_d + q_d$ = <u>91,5 kN/m</u>

Lastfälle:



Aufzunehmende Querkraft am Auflagerpunkt A (Verkehrslast nur im Feld):

$V_{Ed,A}$ = + 0,5 · 91,5 · 7,00 – 54,0 · 2,10² / (2 · 7,00) = <u>303,2 kN</u>

$V_{Ed,A,w}$ = 303,2 – 91,5 · (0,10 + 0,65) = <u>234,6 kN</u>

Nachweis der schrägen Druckstrebe am Auflagerpunkt A:

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd}$ = 0,75 · 1,70 = 1,275 kN/cm²

$z = 0{,}9 \cdot d$ = 0,9 · 65 = 58,5 cm

$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 - 1{,}2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

= 0,5 · 0,48 · $30^{1/3}$ · (1+0) · 300 · 585 = 130876 N = <u>130,9 kN</u>

$\cot\theta = (1{,}2 - 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

= (1,2 – 0) / (1 – 130,9/303,2) = <u>2,11</u> ≤ 3,0 bzw. ≥ 1,0

$V_{Rd,max}$ = 1,275 · 58,5 · 0,30 / (0,473 + 2,112) = <u>865,6 kN ≥ 303,2 kN</u> → Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Querkraftbewehrung am Auflagerpunkt A:

erf a_{sw} = $V_{Ed,w}$ /(cot $\theta \cdot f_{yd} \cdot z$)

erf a_{sw} = 234,6 / (2,112 · 43,48 · 0,585) = <u>4,37 cm²/m</u> > 0,00093 · 30 = 0,028 cm = <u>2,8 cm²/m</u>

gewählt: Bü ∅ 8, s = 22 cm; zweischnittig → vorh a_{sw} = <u>4,56 cm²/m > 4,37 cm²/m</u>

Aufzunehmende Querkraft am Auflager B_{links}:

$V_{Ed,A}$ = - 0,5 · 91,5 · 7,00 – 91,5 · 2,10² / (2 · 7,00) = - <u>349,1 kN</u>

$V_{Ed,A,w}$ = - 349,1 + 91,5 · (0,15 + 0,65) = - <u>275,9 kN</u>

Nachweis der schrägen Druckstrebe am Auflager B_{links}:

$\cot\theta$ = $(1{,}2 – 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 – V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

= (1,2 – 0) / (1 – 130,9/349,1) = <u>1,92</u> ≤ 3,0 bzw. ≥ 1,0

$V_{Rd,max}$ = 1,275 · 58,5 · 30,0 / (0,521 + 1,92) = <u>916,7 kN ≥ 349,1 kN</u> → Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Querkraftbewehrung am Auflager B_{links}:

erf a_{sw} = $V_{Ed,w}$ /(cot $\theta \cdot f_{yd} \cdot z$)

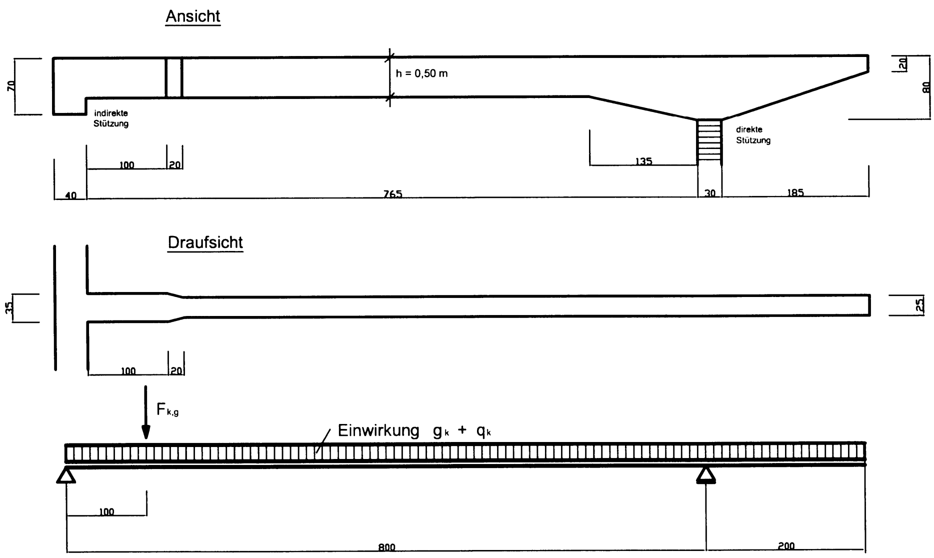
erf a_{sw} = 275,9 / (1,92 · 43,48 · 0,585) = <u>5,65 cm²/m</u>

gewählt: Bü ∅ 8, s = 17 cm; zweischnittig → vorh a_{sw} = <u>5,92 cm²/m > 5,65 cm²/m</u>

Beispiel 4.5: Querkraftbemessung für einen gevouteten Träger

<u>Gegeben</u>: Der in der folgenden Abbildung dargestellte Einfeldträger mit Kragarm ist für Querkraft an allen maßgebenden Stellen zu bemessen. Es sind Bügel vorzusehen.
Baustoffe: C 20/25 und B 500; Betondeckung: c_{nom} = c_v = 5,0 cm.

Charakteristische Einwirkungen: g_k = 30 kN/m; q_k = 20 kN/m; F_{gk} = 200 kN



<u>Gesucht</u>: Nachweis einer ausreichenden Querkrafttragfähigkeit bei lotrechter Bügelbewehrung

Bemessungswerte der Einwirkungen:

g_d = 1,35 · 30,0 = 40,5 kN/m; q_d = 1,50 · 20,0 = 30,0 kN/m → $g_d + q_d$ = <u>70,5 kN/m</u>

F_{gd} = *1,* 35 · 200,0 = <u>270 kN</u>

Schnittgrößen:

$M_{Ed,B,g}$ = - 40,5 · 2,00²/2 = - <u>81,0 kNm</u>

$M_{Ed,B,g+q}$= - 70,5 · 2,00² / 2 = - <u>141,0 kNm</u>

Aufzunehmende Querkraft am Auflagerpunkt A:

$V_{Ed,A,g}$ = + 0,5 · 40,5 · 8,00 + 270 · 7,00/8,00 – 81 / 8,00 = 388,1 kN

$V_{Ed,A,g+q}$ = + 0,5 · 70,5 · 8,00 + 270 · 7,00/8,00 – 141 / 8,00 = 500,6 kN

max $V_{Ed,A,g+q}$ = + 0,5 · 70,5 · 8,00 + 270 · 7,00/8,00 – 81 / 8,00 = <u>508,0 kN</u>

Da 70 – 50 = 20 < 50 cm ist, liegt eine indirekte Lagerung vor. Die für die Bemessung maßgebende Querkraft errechnet sich zu:

$V_{Ed,A,w}$ = 508,0 – 70,5 · 0,20 = <u>493,9 kN</u>

Nachweis der schrägen Druckstrebe am Auflagerpunkt A:

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd}$ = 0,75 · 1,13 = 0,848 kN/cm²

$z = 0{,}9 \cdot d$ = 0,9 · (50,0 – 5,0) = 40,5 cm

$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 + 1{,}2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

= 0,5 · 0,48 · 20$^{1/3}$ · (1+0) · 350 · 405 = 92344 N = <u>92,3 kN</u>

$\cot\theta = (1{,}2 - 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

= (1,2 – 0) / (1 – 92,3/508,0) = <u>1,467</u> ≤ 3,0 bzw. ≥ 1,0

$V_{Rd,max}$ = 0,848 · 40,5 · 35,0 / (1,467 + 0,682) = <u>559,3 kN ≥ 508,0 kN</u> → Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Querkraftbewehrung am Auflagerpunkt A:

erf $a_{sw} = V_{Ed,w} / (\cot\theta \cdot f_{yd} \cdot z)$

erf a_{sw} = 493,9 / (1,467· 43,48 · 0,405) = <u>19,1 cm²/m</u>

gewählt: Bü ∅ 12, s = 11 cm; zweischnittig → vorh a_{sw} = <u>20,56 cm²/m > 19,1 cm²/m</u>

Aufzunehmende Querkraft am Ort der Breitenreduzierung auf 25 cm:

max $V_{Ed,l,g+q}$ = 508 - 70,5 · 1,40 – 270 = <u>139,3 kN</u>

$V_{Ed,l,w} = V_{Ed,l,g+q}$ = <u>139,3 kN</u>

Nachweis der schrägen Druckstrebe am Ort der Breitenreduzierung:

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd}$ = 0,75 · 1,13 = 0,848 kN/cm²

$z = 0{,}9 \cdot d = 0{,}9 \cdot (50{,}0 - 5{,}0) = 40{,}5$ cm

$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 + 1{,}2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

$= 0{,}5 \cdot 0{,}48 \cdot 20^{1/3} \cdot (1+0) \cdot 250 \cdot 405 \cdot 10^{-3} = \underline{65{,}96 \text{ kN}}$

$\cot\theta = (1{,}2 - 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

$= (1{,}2 - 0) / (1 - 65{,}96/139{,}3) = \underline{2{,}279} \leq 3{,}0$ bzw. $\geq 1{,}0$

$V_{Rd,max} = 0{,}848 \cdot 40{,}5 \cdot 25{,}0 / (2{,}279 + 0{,}439) = \underline{315{,}9 \text{ kN} \geq 139{,}3 \text{ kN}} \rightarrow$ Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Zugstrebe am Ort der Breitenreduzierung:

erf $a_{sw} = V_{Ed,w} /(\cot\theta \cdot f_{yd} \cdot z)$

erf $a_{sw} = 139{,}3 / (2{,}279 \cdot 43{,}48 \cdot 0{,}405) = \underline{3{,}47 \text{ cm}^2/\text{m}}$

gewählt: Bü $\varnothing$ 8, s = 25 cm; zweischnittig $\rightarrow$ vorh $a_{sw} = \underline{4{,}02 \text{ cm}^2/\text{m} > 3{,}47 \text{ cm}^2/\text{m}}$

Aufzunehmende Querkraft am Auflager B_{links}:

$V_{Ed,Bl,g} = -\,0{,}5 \cdot 40{,}5 \cdot 8{,}00 - 270 \cdot 1{,}00/8{,}00 - 81{,}0/ 8{,}00 = -\,\underline{205{,}9 \text{ kN}}$

$V_{Ed,Bl,g+q} = -\,0{,}5 \cdot 70{,}5 \cdot 8{,}00 - 270 \cdot 1{,}00/8{,}00 - 81{,}0/8{,}00 = -\,\underline{325{,}9 \text{ kN}}$

min $V_{Ed,Bl,g+q} = -\,0{,}5 \cdot 70{,}5 \cdot 8{,}00 - 270 \cdot 1{,}00/8{,}00 - 141/8{,}00 = -\,\underline{333{,}4 \text{ kN}}$

wegen direkter Lagerung: r = 0,15 + 0,75 = 0,90 m

$M_{Ed,r} = 500{,}6 \cdot 7{,}10 - 70{,}5 \cdot 7{,}10^2/2 - 270 \cdot 6{,}10 = 3554{,}3 - 1777{,}0 - 1647 = \underline{130{,}3 \text{ kNm}}$

$M_{Ed,r} = 508{,}0 \cdot 7{,}10 - 70{,}5 \cdot 7{,}10^2/2 - 270 \cdot 6{,}10 = 3606{,}8 - 1777{,}0 - 1647 = \underline{182{,}8 \text{ kNm}}$

$h_{(r = 0{,}90)} = 0{,}80 - (0{,}80 - 0{,}50) / 1{,}35 \cdot (0{,}90 - 0{,}15) = \underline{0{,}633 \text{ m}}$

$d_{(r = 0{,}90)} = \underline{0{,}58 \text{ m}}$

$\tan\alpha = 30/135 = 0{,}222$

$|V_{Ed,Bl,w}| = 333{,}4 - 70{,}5 \cdot 0{,}90 + 130{,}3/ 0{,}58 \cdot 0{,}222 = 319{,}8$ kN

$|V_{Ed,Bl,w}| = 325{,}9 - 70{,}5 \cdot 0{,}90 + 182{,}8/ 0{,}58 \cdot 0{,}222 = \underline{332{,}4 \text{ kN}} \rightarrow$ maßgebend

Nachweis der Druckstrebe am Auflager B_{links}:

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd} = 0{,}75 \cdot 1{,}13 = 0{,}848$ kN/cm²

$z = 0{,}9 \cdot d = 0{,}9 \cdot 58 = 52{,}0$ cm

$V_{Rd,cc} = c \cdot 0{,}48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 + 1{,}2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

$= 0{,}5 \cdot 0{,}48 \cdot 20^{1/3} \cdot (1+0) \cdot 250 \cdot 520 \cdot 10^{-3} = \underline{84{,}7 \text{ kN}}$

$\cot\theta = (1{,}2 - 1{,}4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

$= (1{,}2 - 0) / (1 - 84{,}7/332{,}4) = \underline{1{,}61} \leq 3{,}0$ bzw. $\geq 1{,}0$

$V_{Rd,max} = 0{,}848 \cdot 52{,}0 \cdot 25{,}0 / (1{,}61 + 0{,}621) = \underline{494{,}0 \text{ kN} \geq 332{,}4 \text{ kN}} \rightarrow$ Tragwiderstand ausr.

Nachweis der Zugstrebe am Auflager B_{links}:

erf $a_{sw} = V_{Ed,w} / (\cot\theta \cdot f_{yd} \cdot z)$

erf a_{sw} = 332,4 / (1,61· 43,48 · 0,52) = <u>9,13 cm²/m</u>

gewählt: Bü ∅ 8, s = 10 cm; zweischnittig → vorh a_{sw} = <u>10,05 cm²/m > 9,13 cm²/m</u>

Aufzunehmende Querkraft am Auflagerpunkt B_{rechts}:

max $V_{Ed,Br,g+q}$ = 70,5 · 2,00 = <u>141,0 kN</u>

wegen direkter Lagerung: r = 0,15 + 0,75 = 0,90 m

$M_{Ed,r}$ = - 70,5 · (2,00 – 0,90)²/2 = - <u>42,7 kNm</u>

$h_{(r\,=\,0,90)}$= 0,20 + (0,80 – 0,20) / 1,85 · (2,00 – 0,90) = 0,557 m

$d_{(r\,=\,0,90)}$= 0,50 m

$\tan\alpha$ = 60/185 = 0,324

$|V_{Ed,Br,w}|$= 141,0 – 70,5 · 0,90 – 42,7/ 0,50 · 0,324 = <u>49,8 kN</u>

Nachweis der Druckstrebe am Auflager B_{rechts}:

$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \upsilon_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z / (\cot\theta + \tan\theta)$

$\upsilon_1 \cdot f_{cd}$ = 0,75 · 1,13 = 0,848 kN/cm²

$z = 0,9 \cdot d$ = 0,9 · 50 = 45,0 cm

$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 + 1,2 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) \cdot b_w \cdot z$

= 0,5 · 0,48 · $20^{1/3}$ · (1+0) · 250 · 450 · 10^{-3} = <u>73,3 kN</u>

$\cot\theta = (1,2 - 1,4 \cdot \sigma_{cd}/f_{cd}) / (1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed})$

= (1,2 – 0) / (1 – 73,3/141,0) = <u>2,50</u> ≤ 3,0 bzw. ≥ 1,0

$V_{Rd,max}$ = 0,848 · 45,0 · 25,0 / (2,50 + 0,40) = <u>329,8 kN ≥ 141,0 kN</u> → Tragwiderstand

Nachweis der Zugstrebe am Auflager B_{rechts}:

erf $a_{sw} = V_{Ed,w} / (\cot\theta \cdot f_{yd} \cdot z)$

erf a_{sw} = 49,8 / (2,50· 43,48 · 0,45) = <u>1,02 cm²/m</u>

gewählt: Bü ∅ 8, s = 25 cm; zweischnittig → vorh a_{sw} = <u>4,02 cm²/m > 1,02 cm²/m</u>