

12 Gebrauchstauglichkeit

12.1 Allgemeines

Im Nachfolgenden werden rechnerische Nachweise behandelt, mit denen eine ordnungsgemäße Nutzung, das Erscheinungsbild und die Dauerhaftigkeit des Tragwerks sichergestellt werden sollen. Diese werden als **Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)** bezeichnet, mit denen das Verhalten der Bauteile unter den real auftretenden Einwirkungen während der Nutzung erfasst wird. Sie umfassen:

- den Nachweis der **Spannungsbegrenzung** im Beton, Betonstahl und Spannstahl (vgl. Kap.12.2),
- den Nachweis der **Verformungsbegrenzung** (vgl. Kap.12.3),
- den Nachweis der **Rissbreitenbegrenzung** (vgl. Kap.12.4),

Hierfür sind im EC2, 7.1-7.4 klar definierte Anforderungen in Form von Grenz- oder Rechenwerten zu finden sind, bei deren Überschreitung die Gebrauchstauglichkeit nicht mehr erfüllt sind; es gilt:

$$E_d \leq C_d$$

Für die Nachweise im GZG werden die Bemessungswerte von Beanspruchungen E_d den Bemessungswerten von Gebrauchstauglichkeitskriterien C_d (wie z.B. eine zulässige Bauteilverformung) gegenübergestellt. Um die Einwirkungen realistisch zu erfassen, werden die Sicherheiten auf der Einwirkungsseite zu $\gamma_f = 1,0$ gesetzt. Die Nachweise werden also mit den charakteristischen Werten der Einwirkungen in einer bestimmten, bauteil- und umgebungsabhängigen **Einwirkungskombination (EK)** geführt:

- seltene EK:
$$E_{d,rare} = \sum_{j \geq 1} E_{Gk,j} \oplus E_{Qk,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot E_{Qk,i}$$
- häufige EK
$$E_{d,frequ} = \sum_{j \geq 1} E_{Gk,j} \oplus \psi_{1,1} \cdot E_{Qk,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot E_{Qk,i}$$
- quasi-ständige EK:
$$E_{d,perm} = \sum_{j \geq 1} E_{Gk,j} \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot E_{Qk,i}$$

Diese Kombinationen unterscheiden sich durch die Größe des anzusetzenden Verkehrslastanteils, sodass für den Stahlbetonbau drei unterschiedliche Beanspruchungsniveaus maßgebend sein könnten. Welches Niveau anzusetzen ist, hängt von dem zu führenden Nachweis, von den Umweltbedingungen und eventuell zusätzlichen Forderungen (z.B. Rissbreiten bei Wasserbehältern) ab:

- Eine einmalige Überschreitung eines Grenzzustandes kann zu irreversiblen Schäden führen. Wenn beispielsweise die Bewehrung im Riss die Streckgrenze f_{yk} nur ein einziges Mal überschreitet, so bleibt ein klaffender Riss übrig. Um dies zu verhindern ist nachzuweisen, dass selbst unter der größten zu erwartenden Beanspruchung (seltene Situation $E_{d,rare}$) dieser Fall nicht eintritt.
- Wenn die Auswirkungen reversibel sind, dann kann ein mehrmaliges Auftreten während der Nutzungsdauer zugelassen werden. Es können deshalb Beanspruchungen zugelassen werden, die häufiger auftreten (häufige Situation $E_{d,frequ}$).
- Für den Nachweis von z.B. langfristig infolge Kriechen und Schwinden zu erwartende Verformungen genügt es vollkommen, die langfristig vorliegenden quasi-ständigen Beanspruchungen als Grundlage für den rechnerischen Nachweis festzulegen (quasi-ständige Situation $E_{d,perm}$).

Die unterschiedlichen Anforderungen an die Dauerhaftigkeit der Bauwerke werden in der Norm durch Anforderungsklassen berücksichtigt. Die **Mindestanforderungsklasse** eines Bauteils ist in Abhängigkeit von der Expositionsklasse zu wählen. Durch die gewählte Anforderungsklasse werden die im GZG gültigen Gebrauchstauglichkeitskriterien C_d festgelegt.

Expositionsklasse	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund	Vorspannung ohne Verbund	Stahlbetonbauteil
XC0, XC1, XA0	D	D	F	F
XC2, XC3, XC4	C ¹⁾	C	E	E
XD1, XD2, XD3 ²⁾ , XS1, XS2, XS3	C ¹⁾	B	E	E

¹⁾ Wird der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt, gilt Anforderungsklasse D
²⁾ Im Einzelfall können besondere Maßnahmen für den Korrosionsschutz notwendig sein

Bild 12.1: Mindestanforderungsklassen für Bauteile

Die **Grundlagen** für die Nachweise im GZG basieren auf folgenden Annahmen (vgl. auch Bild 12.2):

- Das Materialverhalten von Stahl und Beton wird durch eine lineare σ - ε -Beziehung beschrieben.
- Querschnitte bleiben im verformten Zustand eben (Bernoulli-Hypothese)
- Betonzugspannungen werden vernachlässigt, wenn der Querschnitt gerissen sein sollte.
- Für die Spannungsermittlung in biegebeanspruchten Querschnitten wird starrer Verbund vorausgesetzt.
- Rechnerische Nachweise werden im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nur bei Beanspruchung durch Biegemomente mit oder ohne Längskraft geführt. Bei Beanspruchung infolge Querkräften oder Torsionsmomenten wird die Gebrauchstauglichkeit meist durch konstruktive Regeln gewährleistet.

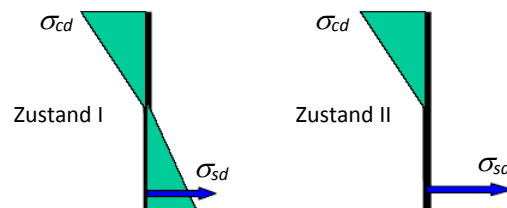


Bild 12.2: σ - ε -Beziehung im Zustand I und Zustand II

Die geringe **Betonzugfestigkeit** hat erheblichen Einfluss auf die Gebrauchstauglichkeit eines Bauteils. Mit dem Übergang von Zustand I nach Zustand II (Einsetzen der Rissbildung) verändert sich der Spannungszustand im Querschnitt maßgebend. Aufgrund der dabei stark abnehmenden Querschnittssteifigkeiten ($E \cdot A$ bzw. $E \cdot I$) nehmen die Verformungen deutlich zu. Für die Ermittlung der Steifigkeiten unterscheidet man daher:

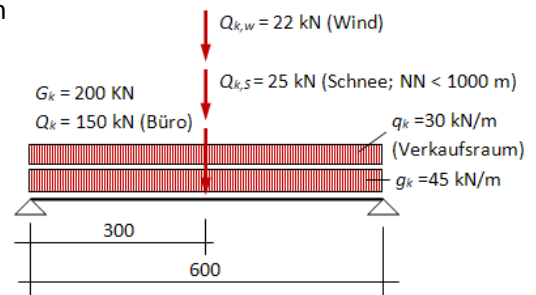
- Zustand I: ungerissener Querschnitt mit EA^I ; EI^I
- Zustand II: gerissener Querschnitt mit EA^{II} ; EI^{II}
- mittleres Verhalten eines gerissenen Bauteils: gerissener Querschnitt mit EA_m^{II} ; EI_m^{II}

Ein Querschnitt ist i.d.R. gerissen, wenn die maßgebende Betonzugfestigkeit f_{ct} unter der seltenen Einwirkungskombination $E_{d,rare}$ erreicht wird. Bei Spannungsnachweisen (Kap. 12.2) ist für $f_{ct} = f_{ctk,0,05}$, bei Verformungsnachweisen (Kap. 12.3) für $f_{ct} = f_{ctm}$ anzusetzen. Sobald der Querschnitt einmal gerissen ist, gilt das **Superpositionsgesetz** nicht mehr. Auch bei nachfolgenden Berechnungen, bei denen die maßgebenden Schnittgrößen unterhalb der Risschnittgrößen liegen, ist mit gerissenen Querschnitten zu rechnen (Rissgedächtnis des Stahlbetons).

Beispiel 12.1: Schnittgrößen im GZT und im GZG

Gegeben: Ein Einfeldbalken hat neben unterschiedlichen Flächenlasten (g_k, q_k) auch mittige Einzellasten aufzunehmen, die verschiedenen Einwirkungen zugeordnet sind. Die veränderlichen Nutzlasten q_k und Q_k sind zwei voneinander unabhängige Einwirkungen.

Gesucht: Es soll das maximale Feldmoment für verschiedene Grenzzustände und Einwirkungskombinationen ermittelt werden.



max. Feldmomente als charakteristische Größen:

- aus ständigen Lasten: $M_{k,G} = 45,0 \cdot 6,0^2/8 + 200,0 \cdot 6,0/4 = \underline{502,5 \text{ kNm}}$
- veränderl. Nutzlast q_k : $M_{k,q} = 30,0 \cdot 6,0^2/8 = \underline{135,0 \text{ kNm}}$ (Verkaufsräume)
- veränderl. Nutzlast Q_k : $M_{k,Q} = 150,0 \cdot 6,0/4 = \underline{225,0 \text{ kNm}}$ (Büros)
- aus Schneelast: $M_{k,s} = 25,0 \cdot 6,0/4 = \underline{37,5 \text{ kNm}}$
- aus Windlast: $M_{k,w} = 22,0 \cdot 6,0/4 = \underline{33,0 \text{ kNm}}$

Bemessungsmomente im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT):

mit Nutzlast q_k als Leiteinwirkung:

$$M_{Ed,1} = 1,35 \cdot 502,5 + 1,50 \cdot (135,0 + 0,7 \cdot 225,0 + 0,5 \cdot 37,5 + 0,6 \cdot 33,0) = \underline{1174,9 \text{ kNm}}$$

mit Büro-Nutzlast Q_k als Leiteinwirkung:

$$M_{Ed,2} = 1,35 \cdot 502,5 + 1,50 \cdot (0,7 \cdot 135,0 + 225,0 + 0,5 \cdot 37,5 + 0,6 \cdot 33,0) = \underline{1215,0 \text{ kNm}}$$

mit Schnee als Leiteinwirkung:

$$M_{Ed,3} = 1,35 \cdot 502,5 + 1,50 \cdot (0,7 \cdot 360,0 + 37,5 + 0,6 \cdot 33,0) = \underline{1142,3 \text{ kNm}}$$

mit Wind als Leiteinwirkung:

$$M_{Ed,4} = 1,35 \cdot 502,5 + 1,50 \cdot (0,7 \cdot 360,0 + 0,5 \cdot 37,5 + 33,0) = \underline{1134,0 \text{ kNm}}$$

Bemessungsmomente im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG):

Seltene Kombination (mit ψ_0):

$$M_{Ed,rare,1} = 502,5 + 135,0 + 0,7 \cdot 225,0 + 0,5 \cdot 37,5 + 0,6 \cdot 33,0 = \underline{833,6 \text{ kNm}}$$

$$M_{Ed,rare,2} = 502,5 + 0,7 \cdot 135,0 + 225,0 + 0,5 \cdot 37,5 + 0,6 \cdot 33,0 = \underline{860,6 \text{ kNm}}$$

Hinweis: Weitere Kombinationen mit anderen Leiteinwirkungen führen zu nicht maßgebenden Bemessungsmomenten $M_{Ed,rare}$.

häufige Kombination (mit ψ_1 und ψ_2):

$$M_{Ed,frequ,1} = 502,5 + 0,7 \cdot 135,0 + 0,3 \cdot 225,0 + 0,0 \cdot 37,5 + 0,0 \cdot 33,0 = \underline{664,5 \text{ kNm}}$$

$$M_{Ed,frequ,2} = 502,5 + 0,6 \cdot 135,0 + 0,5 \cdot 225,0 + 0,0 \cdot 37,5 + 0,0 \cdot 33,0 = \underline{696,0 \text{ kNm}}$$

Hinweis: Weitere Kombinationen mit anderen Leiteinwirkungen führen zu nicht maßgebenden Bemessungsmomenten $M_{Ed,frequ}$.

Quasi-ständige Kombination (mit ψ_2):

$$M_{Ed,perm} = 502,5 + 0,3 \cdot 225,0 + 0,6 \cdot 135,0 + 0,0 \cdot 37,5 + 0,0 \cdot 33,0 = \underline{651,0 \text{ kNm}}$$

12.2 Nachweis der Spannungsbegrenzung

Wenn die folgenden Bedingungen eingehalten werden, kann bei nicht vorgespannten Tragwerken des üblichen Hochbaus auf einen gesonderten Nachweis der Spannungen verzichtet werden:

- Die Schnittgrößen sind nach der Elastizitätstheorie ermittelt worden und im Grenzzustand der Tragfähigkeit um nicht mehr als 15% umgelagert worden.
- Die bauliche Durchbildung erfolgt nach den Forderungen des Abschnitts 9 des EC2; insbesondere sind die Festlegungen für die Mindestbewehrungen eingehalten.

Bei Einhaltung dieser Forderungen kann im Grenzzustand der Tragfähigkeit keine wesentliche Abweichung der Schnittgrößenverteilung von denjenigen unter Gebrauchslasten erwarten werden. Das heißt, nur wenn die Schnittgrößenermittlung mit einem nichtlinearen Verfahren durchgeführt wird und dadurch Abweichungen bei der Verteilung der Schnittgrößen im Bruch- und Gebrauchszustand auftreten sind die folgenden Nachweise zu führen.

- **Begrenzung der Betondruckspannung (1)**

Längsrisse im Beton infolge hoher Betondruckkräfte erleichtern den Zugang von Chloriden zu den Bewehrungsstäben und erhöhen somit die Gefahr von Chlorid induzierter Bewehrungskorrosion. Eine erhöhte Gefahr für Betonangriff ist gegeben bei Rissbildung infolge hoher Betondruckspannungen bei Bauteilen, die einem Frost-Tau-Wechsel ausgesetzt sind. In Bauteilen, die den Bedingungen der Expositionsklassen XD, XF und XS ausgesetzt sind, sollen die Betondruckspannungen unter der **seltenen** Einwirkungskombination den folgenden Grenzwert nicht überschreiten:

$$|\sigma_c| \leq 0,6 \cdot f_{ck}$$

Dieser Nachweis darf entfallen, wenn „andere Maßnahmen“ getroffen werden. Hierzu nennt die Norm z.B. eine Erhöhung der Betondeckung oder eine Umschnürung der Druckzone durch Querbewehrung. Diese Maßnahmen sind jedoch in der Literatur umstritten. Es sollte deshalb die Spannungsgrenze möglichst eingehalten sein.

- **Begrenzung der Betondruckspannung (2)**

Durch Dauerlastanteile erfährt der Beton zusätzlich zur Kurzzeitverformung eine zeitabhängige Verformung, die im Allgemeinen nicht rückgängig gemacht werden kann. Dieser Kriechprozess wird durch ständig wirkende Betondruckspannungen, welche größer als $0,4 \cdot f_{cm}$ sind, überproportional verstärkt. Falls die Gebrauchstauglichkeit, Tragfähigkeit oder Dauerhaftigkeit des Bauwerks hierdurch wesentlich beeinflusst wird, so wird die Größe der Betondruckspannung begrenzt. Unter **quasi-ständigen** Einwirkungskombinationen ist die Betondruckspannung zu beschränken auf

$$|\sigma_c| \leq 0,45 \cdot f_{ck}$$

Wenn dieser Nachweis nicht eingehalten wird, ist der Kriecheinfluss auf Gebrauchstauglichkeit, Verformungen, Schnittgrößen usw. rechnerisch zu verfolgen.

- **Begrenzung der Betonstahlspannung**

Zur Vermeidung nicht-elastischer Dehnungen, unzulässiger Rissbildungen und Verformungen müssen auch die Zugspannungen in der Bewehrung begrenzt werden; bei direkten Einwirkungen unter der **seltenen** Einwirkungskombination auf

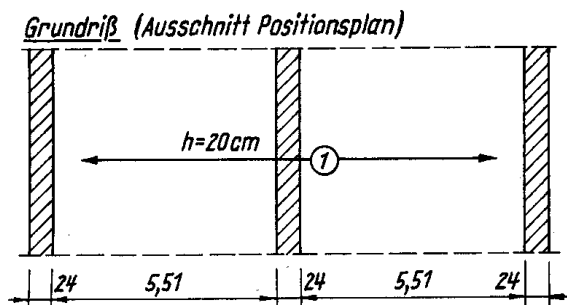
$$|\sigma_s| \leq 0,8 \cdot f_{yk}$$

und – falls die Spannungen ausschließlich aus einer Zwangsbeanspruchung (indirekte Einwirkung) herühren – auf

$$|\sigma_s| \leq 1,0 \cdot f_{yk}$$

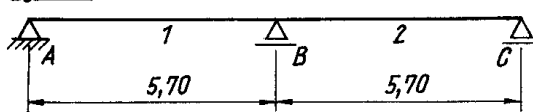
Beispiel 12.2: Spannungsnachweis im GZG für einachsig gespannte Zweifeldplatte

Gegeben: Eine Zweifeldplatte mit $h = 20$ cm unter einem Versammlungsraum wird durch die charakteristischen Einwirkungen g_k und q_k beansprucht. Die charakteristischen Schnittgrößen sind bereits bekannt. Als Stützbewehrung wurde $\varnothing 12$, $s = 14$ cm ($a_{s,oben} = 8,08$ cm²/m) gewählt.



Baustoffe
 Betonfestigkeitsklasse C 20/25
 Betonstahl BSt 500 S (B)
Umweltbedingung
 Innenraum, normale Luftfeuchte
Expositionsklassen
 X0 bzw. XC1
 Größtkorndurchmesser: $d_g \leq 16$ mm
 Nutzung des Raumes über Pos. 1:
 Versammlungsraum

System



Verlegemaß der Bewehrung: $c_v = 2,5$ cm

Charakteristische Lasten:
 $g_k = 6,5$ kN/m² $q_k = 5,0$ kN/m²

Schnittgrößen infolge g_k/q_k [kN/m], [kNm/m]

V_A	$V_{B,l}$	$V_{B,r}$	C_B	V_C	M_B	M_1	Laststellung
13,89	- 23,16	+ 23,16	46,31	- 13,89	- 26,40	14,84	g_k
12,47	- 16,03	1,78	17,81	- 1,78	- 10,15	15,55	q_{k1}
10,69	- 17,81	+ 17,81	35,63	- 10,69	- 20,30	11,43	q_k

Gesucht: Für den Stützenpunkt B sollen die Spannungsnachweise gemäß EC2, 7.2 durchgeführt werden. **Hinweis:** Ein Spannungsnachweis ist gemäß Norm im vorliegenden Fall nicht erforderlich, weil die oben angeführten Bedingungen sämtlich erfüllt sind. Die Nachweise werden hier aus Übungsgründen geführt. Auf die zulässige Abminderung der Momente soll hier verzichtet werden.

Einwirkende Schnittgrößen über Auflager B:

Infolge der charakteristischen Lasten $g_k + q_k$ ergeben sich

$$M_{k,Bg} = - 26,40 \text{ kNm/m} \quad \text{und} \quad M_{k,Bq} = - 20,30 \text{ kNm/m}$$

Es ist nur eine unabhängige veränderliche Einwirkung q_k vorhanden. Damit erhält man für die einwirkenden Momente $M_{Ed,B}$ bei

- Ansatz der seltenen Kombination:

$$M_{Ed,rare,B} = - 26,40 - 20,30 = - 46,70 \text{ kNm/m}$$

- Ansatz der quasi-ständigen Kombination (mit $\psi/2 = 0,6$ für Versammlungsräume):

$$M_{Ed,perm,B} = - 26,40 - 0,6 \cdot 20,30 = - 38,58 \text{ kNm/m}$$

- a) Nachweis der **Begrenzung der Betondruckspannung** auf $|\sigma_{cd}| \leq 0,6 \cdot f_{ck}$:

Für die Decke ist die Expositionsklasse XC1 maßgebend. Dieser Nachweis entfällt, da keine der Expositionsklassen XD, XF oder XS vorliegt. ✓

- b) Nachweis der **Begrenzung der Betondruckspannung** auf $|\sigma_{cd}| \leq 0,45 \cdot f_{ck}$:

Einwirkend (quasi-ständig): $|M_{Ed,perm}| = 38,58 \text{ kNm/m}$

Vorwerte zum Spannungsnachweis: Beton C20/25 mit $E_{cm} = 28800 \text{ N/mm}^2$

Betonstahl B 500 mit $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

$$\alpha_e = E_s/E_{cm} = 210000/28800 = \underline{7,29}$$

$$A_{s,oben} = 8,08 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{Ø}12, s = 14\text{cm})$$

Querschnitt: $b = 1,0 \text{ m}$ und $d/h = 169/200 \text{ mm}$

Nulllinienlage:

$$x = \alpha_e \cdot \frac{A_{s1}}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{-1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{\alpha_e \cdot A_{s1}}} \right] = 7,29 \cdot \frac{8,08}{100} \cdot \left[-1 + \sqrt{-1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 16,9}{7,29 \cdot 8,08}} \right]$$

$$x = \underline{3,83 \text{ cm}}$$

Hebelarm der inneren Kräfte:

$$z = d - x/3 = 16,9 - 3,83/3 = \underline{15,62 \text{ cm}}$$

Betonrandspannung:

$$|\sigma_c| = 2 \cdot M_{Ed,rare} / (b \cdot x \cdot z) = 2 \cdot 0,03858 / (1,00 \cdot 0,0383 \cdot 0,1562) = \underline{12,9 \text{ MN/m}^2}$$

$$\nless 0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot 20,0 = \underline{9,0 \text{ MN/m}^2} \quad \times$$

- c) Nachweis der **Begrenzung der Stahlspannung** auf $\sigma_s \leq 0,8 \cdot f_{yk}$:

$$\sigma_{s,oben} = M_{Ed,rare} / (z \cdot A_{s,oben}) = 46,70 / (0,1565 \cdot 8,08) = 36,93 \text{ kN/cm}^2 = \underline{369,3 \text{ N/mm}^2}$$

$$\leq 0,8 \cdot 500 = \underline{400,0 \text{ N/mm}^2} \quad \checkmark$$

Beurteilung:

Die Betondruckspannungen unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination sind wesentlich größer als der Grenzwert. Es muss mit überproportional großen Kriechverformungen gerechnet werden. Eine Verbesserung der Konstruktion kann durch folgende Maßnahmen erreicht werden:

- Vergrößerung der Bauteilhöhe h
- Verstärkung der Bewehrung über das im Grenzzustand der Tragfähigkeit erforderliche Maß
- Wahl einer höheren Betonfestigkeitsklasse.

Bei einer Momentenumlagerung um mehr als 15 % wäre eine entsprechende Änderung der Konstruktion vorzunehmen. Man erkennt den Einfluss von Nachweisen im GZG, wenn bei der Schnittgrößenermittlung wesentlich von Ergebnissen nach linear-elast. Methoden abgewichen wird.

12.3 Nachweis der Verformungsbegrenzung

12.3.1 Allgemeines

Der Nachweis der "Begrenzung der Verformungen" wird in EC2, 7.4 behandelt. Hier wird gefordert, dass die Verformungen eines Bauteils oder Tragwerks weder die ordnungsgemäße Funktion noch das Erscheinungsbild des Bauteils selbst oder angrenzender Bauteile negativ beeinträchtigen dürfen. Zur Erfüllung dieser Forderung sind konkrete **Richtwerte** in der Norm zu finden. Abweichend davon können für besondere Anforderungen andere Grenzwerte mit dem Bauherrn vereinbart werden. Die Vorschriften des EC2 behandeln nur die Verformungen in vertikaler Richtung von biegebeanspruchten Bauteilen. Sie enthalten die Aussage, dass die Angaben im Allgemeinen hinreichende Gebrauchseigenschaften für Wohnbauten, Büros, öffentliche Bauten und Fabriken sicherstellen. Bei den Verformungen wird zwischen dem "**Durchhang**" und der "**Durchbiegung**" unterschieden. Hierfür gelten die nachfolgenden Definitionen (vgl. Bild 12.3).

- Durchhang: vertikale Bauteilverformung, bezogen auf die Verbindungslinie zwischen den Unterstützungspunkten
- Durchbiegung: vertikale Bauteilverformung, bezogen auf die Systemlinie des Bauteils (bei Schalungsüberhöhung Bezug auf die überhöhte Lage)

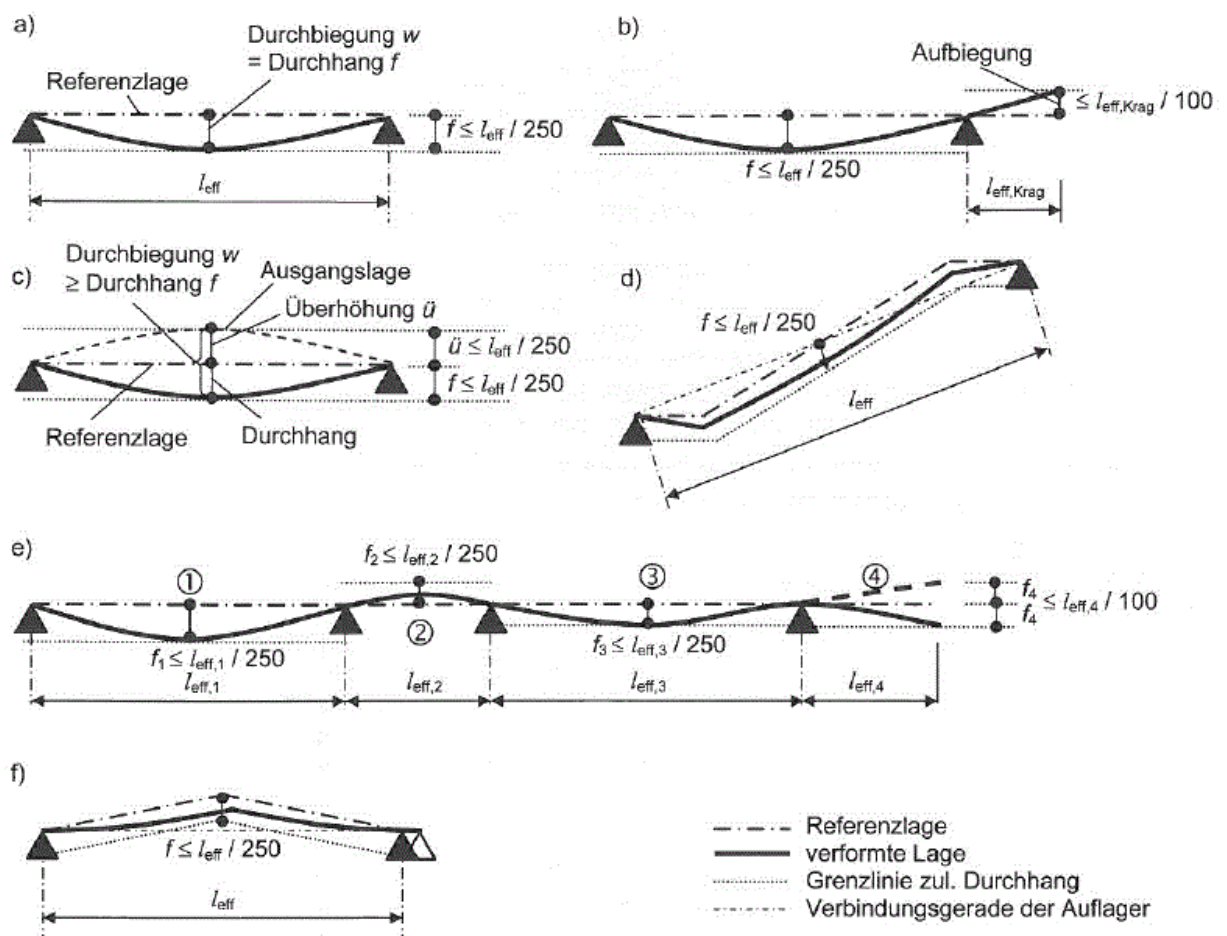


Bild 12.3: Definitionen für Durchhang und Durchbiegung

Nach den Vorgaben des EC2 darf angenommen werden, dass das Erscheinungsbild und die Gebrauchstauglichkeit nicht negativ beeinflusst werden, wenn der Durchhang eines Bauteils unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination $1/250$ der Stützweite nicht überschreitet. Bei Kragträgern ist als Stützweite die 2,5-fache Kraglänge anzusetzen, so dass der Durchhang $1/100$ der Stützweite betragen darf. Schalungsüberhöhungen zur Verminderung oder zum Ausgleich des Durchhangs sind zugelassen. Der empfohlene Maximalwert der Überhöhung beträgt $1/250$ der Stützweite. Zur Vermeidung von Schäden an angrenzenden Bauteilen gilt als Richtwert für die Durchbiegung nach dem Einbau der Bauteile unter quasi-ständiger Einwirkungskombination $1/500$ der Stützweite.

Als Nachweis für die Einhaltung der Verformungsgrenzwerte dürfen folgende Verfahren angewendet werden:

- Begrenzung der Biegeschlankheit (**indirekter Nachweis**)
- Berechnung der Verformung und Vergleich mit dem entsprechenden Grenzwert (**direkter Nachweis**)

Während für schlaff bewehrte Bauteile des üblichen Hochbaus beide Verfahren anwendbar sind, kann der Nachweis der Verformungsbegrenzung von vorgespannten Bauteilen nur durch direkte Berechnung erbracht werden.

12.3.2 Begrenzung der Biegeschlankheit (indirekter Nachweis)

Für den Nachweis der Verformungsbegrenzung von Stahlbetonbauteilen wird auf einen Biegeschlankheitsnachweis zurückgegriffen, wobei unter **Biegeschlankheit** in der Regel das Verhältnis von ideeller Stützweite l_i zur Nutzhöhe des Querschnitts d verstanden wird. Diese Nachweise sind gleichzeitig zur Dimensionierung der Bauteildicke geeignet.

$$\hat{\lambda} = \frac{l_i}{d} = \frac{l_{eff}}{K \cdot d}$$

Hierbei werden zahlreiche Faktoren, die einen Einfluss auf die Bauteilverformung haben, durch einige wenige Parameter erfasst. Bis zur Einführung des EC2 wurde im allgemeinen Hochbau die Biegeschlankheit auf $l_i/d \leq 35$ bzw. bei höheren Anforderungen an die Durchbiegungsbegrenzung auf $l_i/d \leq 150/l_i$ begrenzt. Die Verformungsgrenzwerte von $1/250$ bzw. $1/500$ der ideellen Stützweite können damit jedoch nur unzureichend eingehalten werden, so dass im Zuge der aktuellen Normung weitere Parameter wie z.B. der Zugbewehrungsgrad und der der Druckbewehrungsgrad in den maßgebenden Gleichungen berücksichtigt worden sind. Diese lauten nun

$$\frac{l_{eff}}{d} = K \cdot \left[11,0 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^3} \right] \quad \text{wenn } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l_{eff}}{d} = K \cdot \left[11,0 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{wenn } \rho > \rho_0$$

Darin sind:

- l_{eff}/d der **Grenzwert der Biegeschlankheit** (Verhältnis von **rechnerischer** Stützweite zu Nutzhöhe),
- K der Beiwert zur Berücksichtigung der verschiedenen statischen Systeme (vgl. Bild 12.4),
- ρ_0 der Referenzbewehrungsgrad, zu berechnen mit $\rho_0 = 10^{-3} \cdot \sqrt{f_{ck}}$,

- ρ der erforderliche Zugbewehrungsgrad in Feldmitte, um das Bemessungsmoment aufzunehmen (am Einspannquerschnitt für Kragträger),
- ρ' der erforderliche Druckbewehrungsgrad in Feldmitte, um das Bemessungsmoment aufzunehmen (am Einspannquerschnitt für Kragträger),
- f_{ck} charak. Druckfestigkeit des Betons in $[N/mm^2]$,
- l_{eff} (effektive) rechnerische Stützweite (meist als l bezeichnet)

	Statisches System	$1/K = l_i/l_{eff}$
1		$1/1,0$ = 1,00
2		$1/1,3$ = 0,77
3		$1/1,5$ = 0,67
4		$1/0,4$ = 2,50
5		$1/1,2$ = 0,83

Bild 12.4: Beiwert zur Berücksichtigung der verschiedenen statischen Systeme

In Bild 12.5 ist der Einfluss der Bewehrung auf die Größe der Bauteilschlankheit gemäß den oben angegebenen Gleichungen für verschiedene Betonfestigkeitsklassen dargestellt.

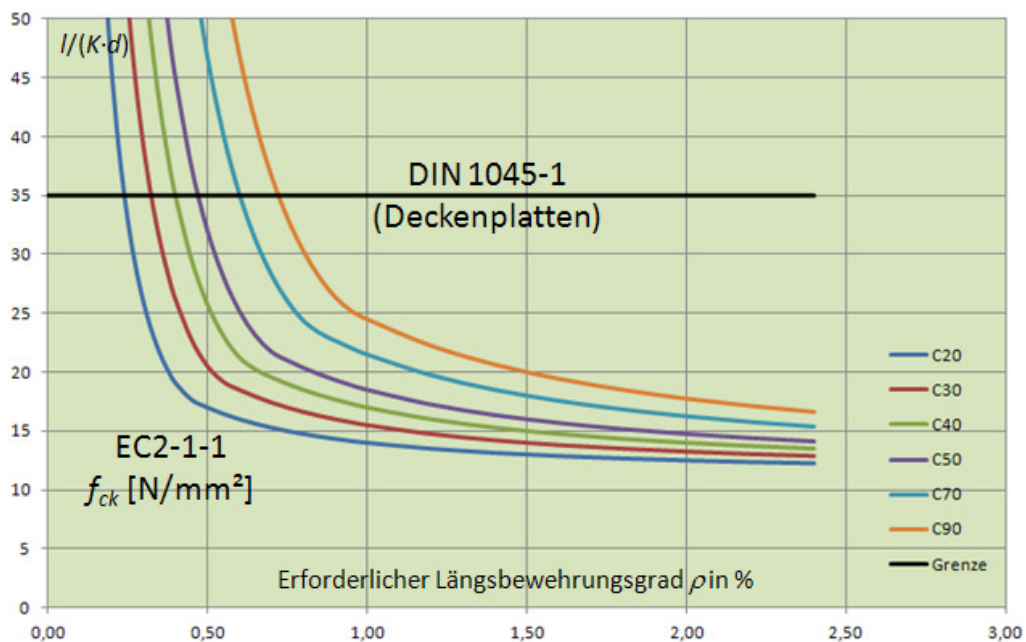


Bild 12.5: Schlankheitsgrad in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad

Bei der Anwendung der obigen Gleichungen sind folgende **Regeln** zu beachten:

- Die Gleichungen für die zulässigen Biegeschlankheiten beziehen sich auf eine Stahlspannung von $310 N/mm^2$ bei Einwirkung von $M_{Ed,max}$ im GZG. Bei anderen Lastniveaus sind die ermittelten Werte nach obigen Gleichungen mit $310/\sigma_s$ zu multiplizieren.

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk} \cdot A_{s,rqd} / A_{s,prov}}$$

- Bei Platten und Balken (außer Flachdecken) mit Stützweiten über 7 m, die verformungsempfindliche Ausbauelemente tragen, sind die Werte l/d mit dem Faktor $7/l_{eff}$ zu multiplizieren.
- Bei Flachdecken mit Stützweiten über 8,5 m, die verformungsempfindlichen Ausbauelemente tragen, sind die Werte l/d mit dem Faktor $8,5/l_{eff}$ zu multiplizieren.
- Bei gegliederten Querschnitten, bei denen das Verhältnis von Gurtbreite zu Stegbreite den Wert 3 übersteigt, sind die Werte von l/d mit 0,8 zu multiplizieren,
- Die Anpassung der Biegeschlankheiten ist auch bei anderen verformungsempfindlichen Bauteilen auf oder unter den Balken bzw. Platten erforderlich (z.B. Fassaden).
- Im nationalen Anhang wird empfohlen, die Grenzwerte in Anlehnung an die alte DIN 1045-1 weiterhin auf $l/d \leq K \cdot 35$ (Grenzlinie in Bild 12.5) bzw. bei Bauteilen, die verformungsempfindliche Ausbauelemente beeinträchtigen können, auf $l/d \leq K^2 \cdot 150/l$ zu begrenzen.

Beispiel 12.3: Verformungsbegrenzung für ein Endfeld einer Durchlaufplatte

Gegeben: Für das 7,5 m lange Endfeld einer 360 mm dicken Durchlaufplatte mit leichten Trennwänden ist ein indirekter Nachweis zur Verformungsbegrenzung durchzuführen. Die Platte besteht aus einem C20/25. Als Expositionsklasse ist XC1 zu berücksichtigen. Die Biegebemessung hat für das maßgebende Feldmoment eine Bewehrung von $a_{s,rqd} = 12,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ ergeben. Als Bewehrung wird $\varnothing 16/15$ mit $a_{s,prov} = 13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ gewählt.

Gesucht: Verformungsnachweis durch Begrenzung der Biegeschlankheit

Vorhandene Biegeschlankheit:

$$\text{mit } l = 7,5 \text{ m} \quad \text{und} \quad d = h - c_{nom} - \varnothing/2 = 360 - 30 - 16/2 = 322 \text{ mm} = \underline{0,322 \text{ m}}$$

ergibt sich die vorgesehene Schlankheit zu: $(l/d)_{prov} = 7,5/0,322 = \underline{23,3}$

Erforderliche Biegeschlankheit zur Einhaltung der Verformungsbegrenzung:

Beiwert für statisches System: $K = 1,3$

erforderl. Zugbewehrungsgrad: $\rho = a_{s,rqd}/d = 12,9 / (100 \cdot 32,2) = \underline{0,40 \%}$

$$\leq \rho_0 = 10^{-3} \cdot 20^{0,5} = \underline{0,45 \%}$$

erforderl. Schlankheit gemäß Formel für $\rho \leq \rho_0$:

$$(l/d)_{rqd} = 1,3 \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{20} \cdot \frac{0,45}{0,40} + 3,2 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,45}{0,40} - 1 \right)^3} \right] = 1,3 \cdot 19,18 = \underline{24,93}$$

Wegen einer Stützweite über 7,0 m darf eine Anpassung des Formelwertes mit den Faktor $7/l_{eff}$ und wegen $a_{s,prov} \geq a_{s,rqd}$ mit einem weiteren Faktor $500/\sigma_s$ erfolgen:

$$\frac{7}{l_{eff}} = \frac{7}{7,5} = 0,93 \qquad \frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk} \cdot A_{s,rqd} / A_{s,prov}} = \frac{500}{500 \cdot 0,96} = 1,04$$

Damit ergibt sich als maßgebender Schlankheitsgrad, der nicht überschritten werden darf:

$$(l/d)_{rqd,a} = 24,93 \cdot 0,93 \cdot 1,04 = \underline{24,2}$$

Maximalwert für Biegeschlankheit:

$$(l/d)_{lim} = \min \left\{ \begin{matrix} K \cdot 35 \\ K^2 \cdot \frac{150}{l} \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 1,3 \cdot 35 \\ 1,3^2 \cdot \frac{150}{7,5} \end{matrix} \right\} = 33,8 \quad (\text{nicht maßgeb.})$$

Nachweis der Verformungsbegrenzung:

$$(l/d)_{prov} = 23,3 \leq \min \left\{ \begin{matrix} (l/d)_{rqd} \\ (l/d)_{min} \end{matrix} \right\} = 24,2 \quad \checkmark$$

Die Nutzhöhe der Platte wurde ausreichend stark gewählt ($d_{prov} \geq d_{rqd}$). Damit ist die Biegeschlankheit kleiner als der Grenzwert nach EC2. Man darf davon ausgehen, dass die Durchbiegung w (im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) den Richtwert von 1/500 der Stützweite nicht überschreitet.

12.3.3 Berechnung der Verformung (direkter Nachweis)

Wenn die Vorgehensweise nach Kap. 12.3.2 zu nicht akzeptablen Bauteildicken führt, so bleibt dem Tragwerkplaner ein **direkter Nachweis** der Verformungen gemäß EC2, 7.4.3 übrig. Dieser Nachweis wird für die quasi-ständige Lasteinwirkung durchgeführt und berücksichtigt die wirklichkeitsnahen Biegesteifigkeiten entlang des zu berechnenden Bauteils.

Die Biegesteifigkeiten sind beanspruchungsabhängig und variieren entlang der Bauteilachse je nach Art und Umfang der Rissbildung. Bei einer quasi-ständigen Lasteinwirkung ist ein Stahlbetonbauteil nur in stärker auf Biegung beanspruchten Teilabschnitten gerissen. Die Biegesteifigkeit im Zustand II kann (bei abgeschlossener Rissbildung) bis auf ca. 30% gegenüber der Biegesteifigkeit im Zustand I abfallen. Eine linear-elastische Verformungsberechnung unter Ansatz der Biegesteifigkeiten des ungerissenen Querschnitts $B^I = (E_c \cdot I_c)$ liefert viel zu kleine Verformungswerte und ist daher nicht mehr zielführend. Vielmehr muss die Durchbiegung durch numerische Integration der Krümmungen $\kappa(x) = M_{Ed(x)} / B^{II}(x)$ mit $B^{II}(x)$ als effektiver, beanspruchungsabhängiger Biegesteifigkeit des (un-)gerissenen Querschnitts am jeweiligen Ort x berechnet werden.

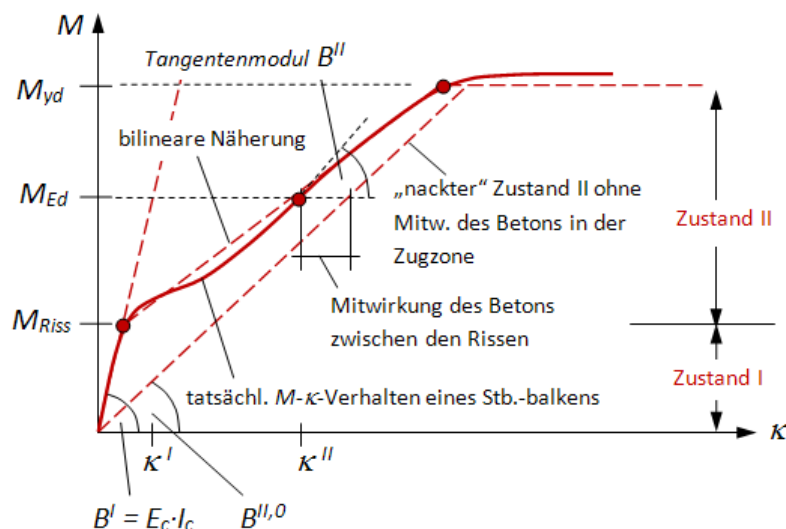


Bild 12.6: Zusammenhang zwischen Biegemoment und Krümmung in einem Stahlbetonquerschnitt

Bei der Berechnung von $B''_{(x)}$ wird die Menge und Lage der Bewehrung, das nichtlineare Spannungs-Dehnungsverhalten des Betons in der Druckzone und die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (tension stiffening) sowie gegebenenfalls auch die Kriech- und Schwindeinflüsse auf den Beton berücksichtigt. Diese Berechnung ist extrem aufwändig und lässt sich sinnvoll nur rechnergestützt ausführen.

Als **Näherung** lässt der EC2 zu, vereinfachend die Krümmung für den ungerissenen Querschnitt und für den vollständig gerissenen Querschnitt zu berechnen und daraus in einer Abschätzung den tatsächlichen Wert wie folgt zu bestimmen:

- Bauteile, bei denen die Biegezugfestigkeit unter der maßgebenden Belastung an keiner Stelle überschritten wird, dürfen als ungerissen betrachtet werden. Ihre Biegesteifigkeit kann vereinfachend mit $B^I = (E_c \cdot I_c^I)$ angenommen werden.
- Das Verhalten von Bauteilen, bei denen nur bereichsweise Risse zu erwarten sind, liegt zwischen dem von Bauteilen im ungerissenen und im vollständig gerissenen Zustand. Für überwiegend biegebeanspruchte Bauteile lässt sich dieses Verhalten dann **näherungsweise** wie folgt bestimmen:

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I$$

Dabei ist:

α der untersuchte Durchbiegungsparameter, der beispielsweise eine Dehnung, eine Krümmung oder eine Rotation sein kann (**vereinfachend** darf α als **Durchbiegung** angesehen werden).

α_i ; α_{II} der jeweilige Wert des untersuchten Parameters für den ungerissenen bzw. vollständig gerissenen Zustand.

ζ Ein Verteilungswert, der die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen gemäß

$$\zeta = 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq \sigma_s \leq \sigma_{sr} \qquad \zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad \text{für} \quad \sigma_{sr} \leq \sigma_s \leq f_{ym}$$

berücksichtigt ($\zeta = 0$ für ungeriss. Querschnitte).

β Ein Koeffizient, der den Einfluss der Belastungsdauer und der Lastwiederholung berücksichtigt: $\beta = 1,0$ bei Kurzzeitbelastung; $\beta = 0,5$ bei Langzeitbelastung oder vielen Zyklen sich wiederholender Beanspruchungen.

σ_s die Spannung der Zugbewehrung bei Annahme eines gerissenen Querschnitts (Spannung im Riss)

σ_{sr} die Spannung der Zugbewehrung bei Annahme eines gerissenen Querschnitts unter einer Einwirkungskombination, die zur Erstrissbildung führt (Stahlspannung unter dem Rissmoment M_{Riss}).

Der Quotient (σ_{sr}/σ_s) darf auch unmittelbar durch das Verhältnis (M_{Riss}/M_{Ed}) ersetzt werden. Die beste Verformungsabschätzung wird erreicht, wenn man als Biegezugfestigkeit den Mittelwert f_{ctm} wählt.

- **Kriecheinflüsse** können über den effektiven E-Modul

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{(\infty, t_0)}}$$

berücksichtigt werden. Dabei ist $\varphi_{(\infty, t_0)}$ die für die Last und das Zeitintervall maßgebende Kriechzahl.

- **Schwindeinflüsse** auf die Verformungen werden ermittelt aus der Krümmung gemäß nachfolgender Gleichung

$$\kappa_{cs} = \frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_s}{E_{c,eff}} \cdot \frac{S}{I}$$

Dabei ist:

- ε_{cs} die freie Schwindzahl gemäß EC2,3.1.4;
- S das **statische Moment der Querschnittsfläche der Bewehrung** (Flächenmoment 1. Ordnung), bezogen auf den Schwerpunkt des Querschnitts;
- I das **Trägheitsmoment des Gesamtquerschnitts** (Flächenmoment 2. Ordnung), bezogen auf den Schwerpunkt des Querschnitts;

Die beiden Flächenmomente sind in der Regel sowohl für den ungerissenen als auch für den gerissenen Zustand zu ermitteln. Die Gesamtkrümmung ist dann wieder näherungsweise nach der bekannten Verteilungsformel

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I$$

zu ermitteln.

Beispiel 12.4: Verformungsberechnung für eine einachsige gespannte Einfeldplatte

Gegeben: Die 5,8 m lange Einfeldplatte mit $d/h = 235/260$ mm hat als ständige Flächenlast ist $g_k = 6,5$ kN/m² und als veränderliche Last $q_k = 3,5$ kN/m² ($\psi_2 = 0,3$) aufzunehmen. Zum Einsatz kommt ein C25/30. Die maßgebende Expositionsklasse ist XC1. Kriechen und Schwinden sind durch die Parameter $\varphi_{\infty,t0} = 2,5$ (Endkriechzahl) und $\varepsilon_{cs} = -0,6$ ‰ (Endschwindmaß) zu berücksichtigen.

Die Biegebemessung hat für das maßgebende Feldmoment eine Bewehrung von $a_{s,rqd} = 5,72$ cm²/m ergeben. Als Bewehrung wird eine R636 mit $a_{s,prov} = 6,36$ cm²/m gewählt.

Gesucht: Verformungsbegrenzung unter Einhaltung der Grenze $l/250$ durch direkten Nachweis.

Effektiver E-Modul: $E_{c,eff} = E_{cm} / (1 + \varphi_{\infty,t0}) = 31500 / (1,0 + 2,5) = \underline{9000 \text{ MN/m}^2}$

Verhältnis: $\alpha_E = E_s / E_{c,eff} = 200000 / 9000 = \underline{22,2}$

Flächenmomente im **Zustand I** (unter Berücksichtigung der Bewehrungsmenge):

Anteile:	A^* [cm ²]	z [cm]	$A^* \cdot z$ [cm ³]	$A^* \cdot z^2$ [cm ⁴]	I_{Eigen} [cm ⁴]
Beton: 100 · 26	2600,00	13,0	33800,0	439400,0	$26^3 \cdot 100 / 12$
Stahl: $\alpha_E \cdot 6,36$	141,19	23,5	3318,0	77973,8	--
Summe:	2741,19		37118,0	517373,3	146466,7

Hinweis: Hilfsgröße z bezieht sich auf den oberen Querschnittsrand

Schwerpunktachse: $z_{SP} = 37177,8 / 2743,74 = 13,54$ cm (→ Druckzonenhöhe: $x' = \underline{0,1354}$ m)

Stat. Moment der Bewehrung: $S' = 6,36 \cdot (23,5 - 13,54) = \underline{63,3 \text{ cm}^3}$

Gesamt-Trägheitsmoment: $I' = 517373,2 + 146466,7 - 2741,19 \cdot 13,54^2 = \underline{161293 \text{ cm}^4}$

Hinweis: $I' \approx 1,1 \cdot I_{\text{Betonquerschn.}}$ (durch Berücksichtigung der Bewehrung)

Flächenmomente im **Zustand II** (unter Berücksichtigung der Bewehrungsmenge):

$\rho_I = a_{s,prov} / (100 \cdot d) = 6,36 / (100 \cdot 23,5) = 0,271 \%$

Druckzonenhöhe x'' über Bedingung:

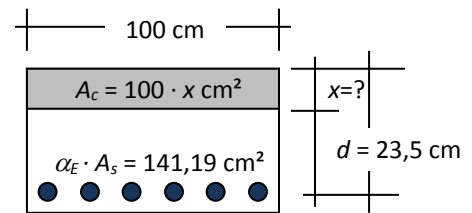
$$141,19 \cdot (d - x) = 100 \cdot x \cdot x/2$$

$$3319,0 - 141,19 \cdot x = 50 \cdot x^2$$

$$x^2 + 2,824 \cdot x - 67,36 = 0$$

$$x_{1,2} = 2,824/2 \pm \sqrt{(2,824^2/4 + 67,36)}$$

$$x_{1,2} = 1,412 \pm 8,328 \quad \text{maßg.} \quad \rightarrow x'' = \underline{9,74 \text{ cm}}$$



Anteile:	A^* [cm ²]	z [cm]	$A^* \cdot z$ [cm ³]	$A^* \cdot z^2$ [cm ⁴]	I_{Eigen} [cm ⁴]
Beton: $100 \cdot 9,74$	974,00	4,87	4743,4	23100,3	$9,74^3 \cdot 100/12$
Stahl: $\alpha_E \cdot 6,36$	141,19	23,50	3318,0	77972,2	--
Summe:	1115,19		8061,4	101072,5	7700,1

Hinweis: Hilfsgröße z bezieht sich auf den oberen Querschnittsrand

Schwerpunktachse: $z_{SP} = 8061,4/1115,19 = 7,23 \text{ cm}$

Stat. Moment der Bewehrung: $S^I = 6,36 \cdot (23,5 - 7,23) = \underline{103,5 \text{ cm}^3}$

Gesamt-Trägheitsmoment: $I^I = 101072,5 + 7700,1 - 1115,19 \cdot 7,23^2 = \underline{50478 \text{ cm}^4}$

Krümmungen $(1/r) = M/(EI)$:

Feldmoment unter **quasi-ständiger Last**: $m_{Ed} = (6,5 + 0,3 \cdot 3,5) \cdot 5,8^2/8 = \underline{31,75 \text{ kNm/m}}$

Zustand I: Last u. Kriechen $(1/r^I) = 31,75 / (9000000 \cdot 0,00161293) = \underline{2,19 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Schwinden $(1/r_{cs}^I) = 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 22,2 \cdot 0,0000633/0,00161293 = \underline{0,52 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Zustand II: Last u. Kriechen $(1/r^{II}) = 31,75 / (9000000 \cdot 0,00050478) = \underline{6,99 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Schwinden $(1/r_{cs}^{II}) = 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 22,2 \cdot 0,0001035/0,00050478 = \underline{2,73 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Zustand II,m:

Der Verteilungswert ζ soll vereinfachend über das Verhältnis von Rissmoment zu Maximalmoment bestimmt werden.

$$M_{Riss} = f_{ctm} \cdot I^I / z_{c1} = 2,6 \cdot 0,00161293 / (0,26 - 0,1354) \cdot 10^3 = \underline{33,7 \text{ kNm}}$$

$$\rightarrow \zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{33,7}{31,75} \right)^2 = 0,44 \quad \rightarrow \alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I$$

Last u. Kriechen $(1/r^{II,m}) = (0,44 \cdot 6,99 + (1 - 0,44) \cdot 2,19) \cdot 10^{-3} = \underline{4,30 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Schwinden $(1/r_{cs}^{II,m}) = (0,44 \cdot 2,73 + (1 - 0,44) \cdot 0,52) \cdot 10^{-3} = \underline{1,49 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Die Gesamtkrümmung in Feldmitte ergibt sich zu: $(4,30 + 1,49) \cdot 10^{-3} = \underline{5,79 \cdot 10^{-3} [1/m]}$

Durchbiegung in Feldmitte:

Unter der vereinfachenden Annahme, dass der Krümmungsverlauf affin zum Momentenverlauf ist, so ergibt sich als Durchbiegung in Feldmitte (mit Hilfe der Integraltafeln $\int \bar{M} \cdot \kappa dx$; Dreieck mit Parabel):

$$f_{vorh} = 5/12 \cdot 1 \cdot 5,80/4 \cdot 5,79 \cdot 10^{-3} \cdot 5,8 = 0,024 \text{ m} = \underline{20,3 \text{ mm}} \leq f_{zul} = 5800/250 = \underline{23,2 \text{ mm}} \checkmark$$

12.4 Nachweis der Rissbreitenbegrenzung

12.4.1 Allgemeines

Beim Verbundwerkstoff „Stahlbeton“ wird das Trag- und Verformungsverhalten entscheidend durch das **Zusammenwirken von Stahl und Beton** bestimmt. Erst durch die Rissbildung erhält der Bewehrungsstahl die ihm zugeordnete Zugkraft aus der Zugzone des biegebeanspruchten Querschnittes. Rissbildung ist somit eine dem Stahlbeton eigentümliche Erscheinung und kann weder durch Sorgfalt bei Entwurf und Ausführung noch durch ein Mehrfaches an Bewehrung nie ganz verhindert werden; es sei denn, dass durch Überlagerung von Druckspannungen mögliche Zugspannungen "überdrückt" werden (durch hohe Längsdruckkraft durch äußere Belastung oder Vorspannung).

Risse können die Dauerhaftigkeit gefährden, wenn ihre Breite, Tiefe und Dichte kritische Grenzwerte überschreitet. Erst dann ist das Eindringen von Feuchte und Gasen in Rissen mit der Folge von Stahl- und Betonkorrosion sowie von Gefügelockerungen möglich. Solange diese Grenzwerte nicht überschritten werden, stellen Risse in Betonbauteilen nur einen ästhetischen Mangel dar, der nur subjektiv beurteilt werden kann.

Die Bewehrung allein kann die Rissbildung nicht verhindern. Jedoch kann durch geschickte **konstruktive Maßnahmen** die Breite der Risse beschränkt werden. Unterschreitet die Rissbreite ein bestimmtes Maß, so sind die Risse kaum noch sichtbar und gefährden nicht mehr die **Gebrauchsfähigkeit** und die **Dauerhaftigkeit** der Konstruktion (Korrosionsschutz der Bewehrung, Wasserdichtigkeit, optischer Eindruck).

Konstruktive Maßnahmen, die eine Bildung von breiteren Rissen verhindern, sind:

- zweckmäßige Wahl des Berechnungssystems (statisches System);
- zutreffende Belastungsannahmen;
- Berücksichtigung von möglichen Zwangsbeanspruchungen;
- sachgerechte Bewehrungsführung;
- Wahl kleinerer Stababstände;
- ausreichende Verankerungslängen;
- ausreichende Betondeckung;
- Vermeidung von unzulässigen Verformungen von Schalung und Gerüsten.

Nicht allein durch konstruktive Maßnahmen, sondern auch durch **betontechnologische Maßnahmen** ist eine Verminderung vor allem der anfänglichen Rissbildung zu erreichen. Zu diesen Maßnahmen gehören; z.B. (vgl. Baustoffkunde):

- Zemente mit niedriger Hydratationswärme;
- Zementgehalt an der unteren zul. Grenze;
- niedriger Wasser-/Zementwert (w/z-Wert);
- gute Verdichtung;
- Nachbehandlungsmaßnahmen.

Durch einige dieser Maßnahmen kann z.B. erreicht werden, dass Beanspruchungen infolge des Abfließens der Hydratationswärme vermindert werden und eine häufige Ursache von Rissbildungen weitgehend ausgeschaltet wird.

Die Risse werden in **Mikro- und Makrorisse** unterteilt. Verantwortlich für diese Unterscheidung sind die Größe der Risse und die Ursachen der Rissbildung.

Mikrorisse entstehen im Betongefüge und gehen im Wesentlichen auf Unverträglichkeiten zwischen dem Zementstein und der darin eingebetteten Gesteinskörnung zurück. Gründe sind u.a. der unterschiedliche Elastizitätsmodul sowie differierende Wärme- und Feuchtedehnungen. Äußere Spannungen und innerer Zwang fördern die Mikrorissbildung. Das Entstehen von Mikrorissen kann nicht verhindert werden; es stellt vielmehr eine Werkstoffeigenschaft des Betons dar. Mikrorisse können sich auf die Dauerhaftigkeit des Betons auswirken, wenn es durch wiederholte Beanspruchungen zu Gefügeschäden kommt.

Makrorisse entstehen in Bauteilbereichen mit Zugspannungen entweder durch Last, Zwang oder Eigenspannungen, sobald die Betonzugfestigkeit überschritten ist. Im Vergleich zu den Mikrorissen durchdringen die Makrorisse größere Bereiche des Querschnitts. Ihre Breiten sind größer, ihr Verlauf ist orientiert, weil er durch Hauptzugspannungen vorgezeichnet ist.

Makrorisse besitzen einen unmittelbaren Bezug zur **Dauerhaftigkeit**. Werden bestimmte Grenzwerte der Rissbreite, die von den Umgebungsbedingungen abhängen, überschritten, so ist das Eindringen von Stahlkorrosion fördernden Stoffen in die Risse möglich. Während in trockenen Innenräumen die kritische Rissbreite **0,4 mm** betragen darf, soll sie in Außenbauteilen **0,3 mm** und in besonderen Fällen wie WU-Beton **0,2 mm** nicht überschreiten (vgl. auch Tab. 12.1).

In den Bildern 12.7 und 12.8 sind die **wichtigsten Rissursachen**, deren **Erscheinungsformen** und der **Ort des Auftretens** zusammengestellt.

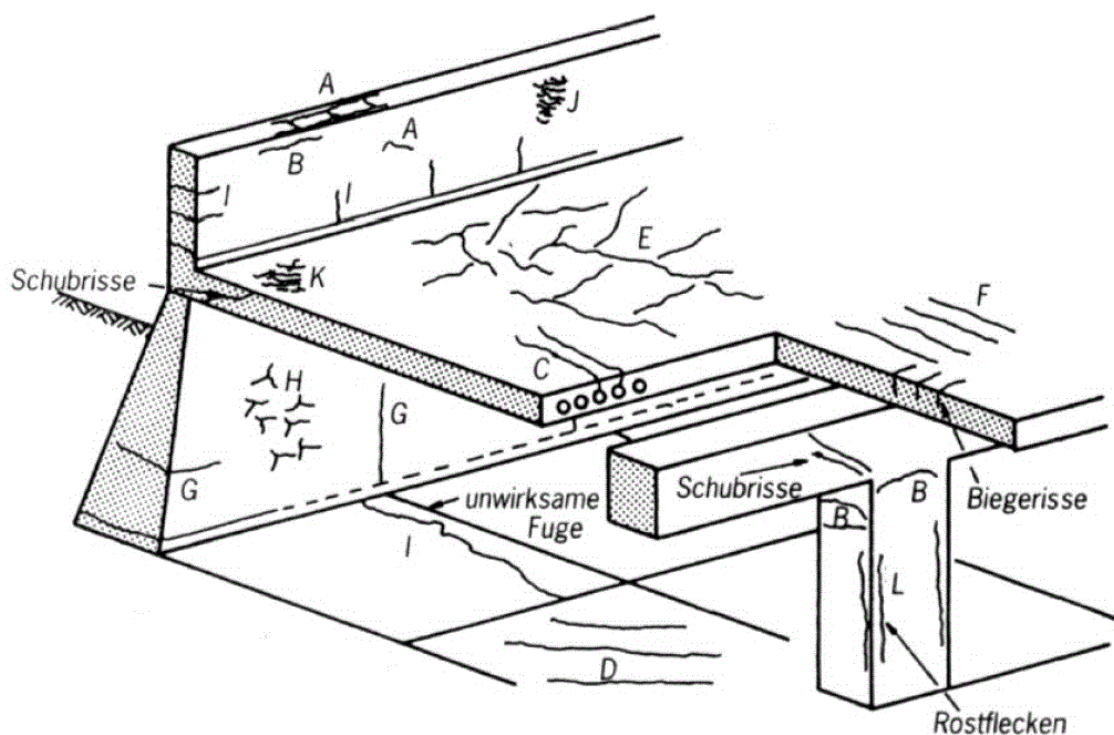


Bild 12.7: Mögliche Rissursachen, Erscheinungsformen und Ort des Auftretens

Bez.	Ort des Auftretens	Ursache
A	Längsrisse entlang bzw. über der oben liegenden Bewehrung hoher Balken, dicker Platten oder Bügeln von Stützen	schnelles frühzeitiges Austrocknen zu dicker Betonlagen; starkes Absetzen des Betons
B	am oberen Ende von Stützen	
C	an Stellen von Dickenänderungen	
D	Bauteile mit ausgedehnter waagerechter Oberfläche, z. B. Deckenplatten, Autobahndecken; diagonal (D) und als Netzsrisse (E)	schnelles frühzeitiges Austrocknen (mehlkornreiche Betone)
E		
F	Stahlbetondecken; über der obliegenden Bewehrung	zu rasches Abkühlen stark erwärmten Betons (Zugbeanspruchung aus Zwang)
G	Bei dicken Wänden und Platten; als Trennriss (G) und als Netzsrisse (Schalenrisse) (H)	
H	insbesondere bei dünnen Platten und Wänden	klimabedingte Temperaturunterschiede
G		
I	insbesondere bei dünnen Platten und Wänden	starkes Schwinden; schlechte Nachbehandlung
H		
J	gegen Schalung bei geschalteten Flächen (Netzsrisse)	bei dichter (nicht saugfähiger) Schalung, feinteilreichen Mischungen und schlechter Nachbehandlung
K	bei Platten (Netzsrisse)	Bei zu starkem Glätten der Oberfläche („totreiben“), feinteilreichen Mischungen und schlechter Nachbehandlung
L	Längs der Bewehrung	Unzureichende Dichte und Dicke der Betondeckung

Bild 12.8: Erläuterungen zu mögliche Rissursachen, Erscheinungsformen und Ort des Auftretens

Die meisten Risse entstehen aus Beanspruchungen durch von außen einwirkenden Lasten und/oder Zwängungen. Zwangsbeanspruchungen (→ Zwangsschnittgrößen) entstehen dann, wenn ein statisch unbestimmtes Bauteil an Verformungen behindert wird, welche z.B. durch Temperatureinflüsse, Hydratation oder Schwinden des Betons entstehen würden. Je nach Art der Behinderung unterscheidet man zwischen "zentrischem Zwang" (Behinderung einer Längenänderung) und "Biegezwang" (Behinderung einer Verbiegung); vgl. Bild 12.9 und 12.10.

Bild 12.9: Beispiel für eine zentrische Zwangsbeanspruchung

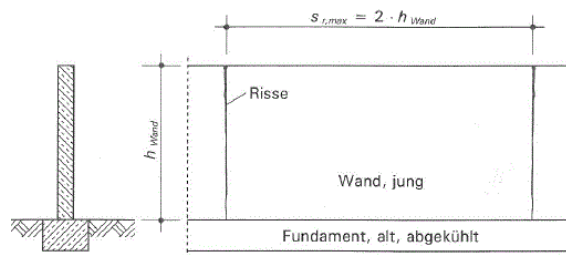
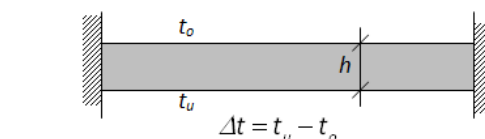


Bild 12.10: Beispiel für eine Zwangsbeanspruchung infolge Biegung

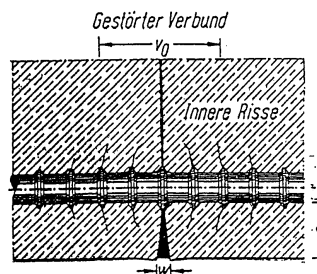


$$M = -\frac{EI}{h} \cdot \alpha_T \cdot \Delta t$$

Nun sind sogenannte "Rissformeln" entwickelt worden, mit deren Hilfe man die an der Oberfläche sichtbare **Rissbreite näherungsweise berechnen** kann. Wesentliche Einflussgrößen in diesen Rissformeln sind die Biegezugfestigkeit $f_{ct,eff}$ des Betons und die Verbundfestigkeit f_{bd} zwischen Beton und Stahl. Gerade diese Größen unterliegen einer sehr großen Streuung, so dass mit Rissformeln eine genauere Rissbreitenberechnung vielfach gar nicht möglich ist. Auch aus Gründen des Korrosionsschutzes ist eine solche Berechnung nicht notwendig, weil bis zu einer Rissbreite bis zu etwa 0,4 mm der Korrosionsvorgang im Wesentlichen von der Dicke und der Dichtigkeit der Betondeckungsschicht beeinflusst wird und nicht durch den Riss selbst. Aus diesen Gründen wurde im EC2, 7.3 neben den Rissformeln Möglichkeiten angegeben, die **ohne direkte Berechnung** der Rissbreiten die Gebrauchsfähigkeit und Dauerhaftigkeit sicherstellen. Ziel dieser Regelungen ist

- durch Angabe von **Konstruktionsregeln** die Rissbreiten unter Gebrauchslast auf unschädliche Werte zu beschränken und
- durch Vorschriften bezüglich der **Mindestbewehrung** das Auftreten breiter Einzelrisse infolge von Zwangsbeanspruchungen zu hindern.

Bild 12.11: Rissbreite an der Oberfläche



Die an der Oberfläche sichtbare **Rissbreite w** dient als Maßstab. Am Stahlstab ist die Rissbreite kleiner, was durch die inneren Verbundrisse an den Rippen bewirkt wird.

12.4.2 Zusammenhänge bei der Rissbildung

Im nachfolgenden Bild 12.12 ist ein zentrisch gezogener Stahlbetonstab dargestellt. Bevor sich der erste Riss ausbildet wird an keiner Stelle des Stabes die Betonzugfestigkeit f_{ct} erreicht. Man spricht dann vom Zustand I. Für die Spannungen und Dehnungen gelten dann die folgenden Beziehungen:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \rightarrow \quad \sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \cdot \sigma_c = \alpha_E \cdot \sigma_c$$

Bei Laststeigerung bis zum Erreichen einer Zugkraft F_{Riss} kommt es durch Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons zum ersten Riss (Bild 12.12). Der Ort des ersten Risses kann nicht vorhergesagt werden, da viele Faktoren bei der Herstellung, Nachbehandlung und zufälliger Verteilung von Zuschlagstoffen und Zementmatrix die Zugfestigkeit des Betons beeinflussen. Bei einem zentrisch gezogenen Stab wird es jedoch die Querschnittsstelle sein, welche die geringste Zugfestigkeit aufweist. Im Augenblick der Rissentstehung muss der von Beton getragene Zugkraftanteil vom Betonstahl übernommen werden. Die Stahlspannung wächst dann sprunghaft an, und zwar auf einen Wert (Index R steht für Riss):

$$\sigma_{s,R} = \frac{F_R}{A_s}$$

Die zugehörige Stahldehnung lässt sich ermitteln zu

$$\varepsilon_{s,R} = \frac{\sigma_{s,R}}{E_s} = \frac{F_R}{E_s \cdot A_s}$$

Innerhalb der Lasteintragungslänge l_t wird ein Teil der Beanspruchung über Verbundspannung in den Beton eingeleitet. Die Dehnungen des Betonstahls sind hier größer als die des Betons. Außerhalb der Lasteintragungslänge entsprechen die Spannungen und Dehnungen den Beziehungen des Zustand I, das heißt, die Dehnungen des Betons und des Betonstahls sind gleich. Der Unterschied in den Dehnungen im Bereich der Einleitungslängen zwischen dem Beton und dem Betonstahl führt zu der Rissbreite w .

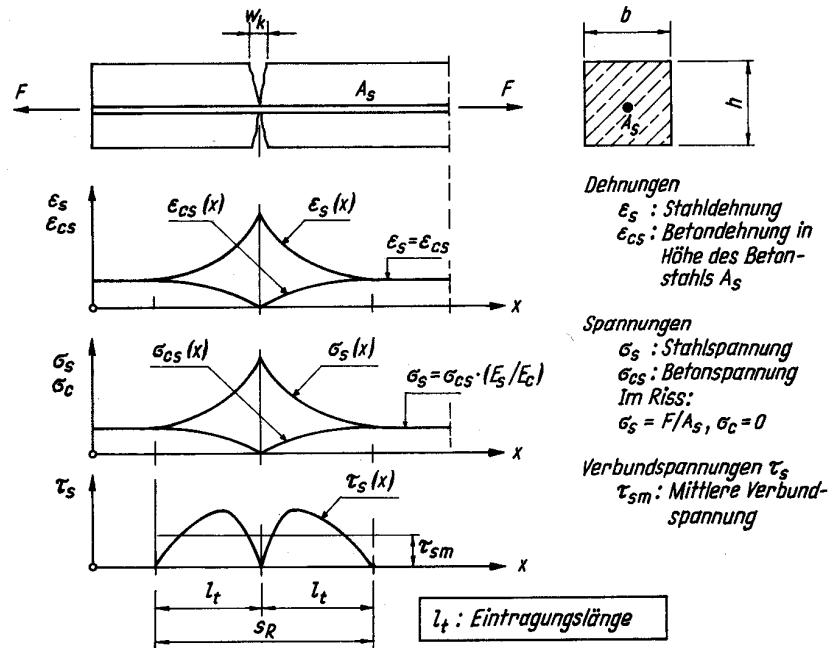


Bild 12.12: Erstrissbildung bei einem zentrisch gezogenen Stahlbetonstab

Im Bild 12.13 ist ein Stahlbetonbalken mit Biegebeanspruchung dargestellt. Vor der Bildung des ersten Risses befindet sich der gesamte Träger im Zustand I. Die Dehnungen sind zwischen Beton und Betonstahl gleich. Es gibt deshalb auch keinen Wert für die Verbundspannung, da die Dehnungsdifferenz gleich Null ist. Die Spannungen sind wie die Dehnungen linear veränderlich über die Querschnittshöhe. In Höhe der Bewehrungslage gilt wieder $\sigma_s = E_s/E_c \cdot \sigma_c = \alpha_E \cdot \sigma_c$.

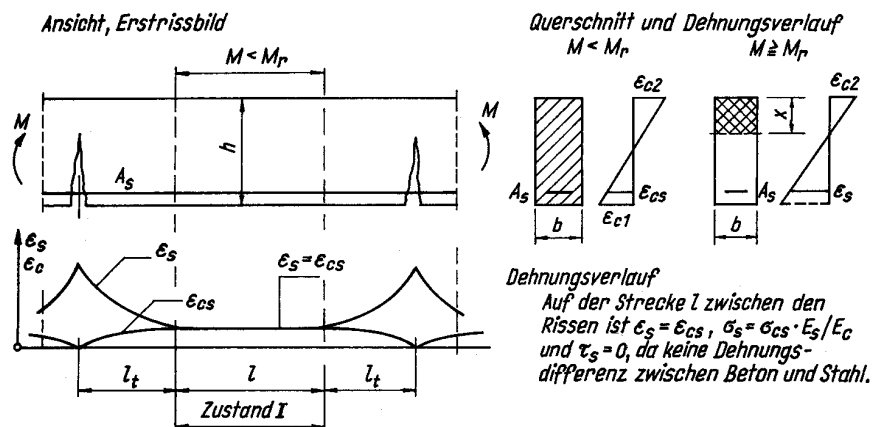


Bild 12.13: Erstrissbildung bei einem Biegeträger

Wird die Biegebeanspruchung weiter gesteigert, erfolgt unter der Wirkung des Rissmomentes die Rissbildung. Auch hier tritt der erste Riss an der Stelle auf, wo zufällig die geringste Betonzugfestigkeit vorhanden ist. Durch die Übernahme der zuvor von der Zugfestigkeit des Betons getragenen Zugspannungen durch den Betonstahl kommt es zu dem Anwachsen der Stahldehnungen. Auch hier gelten die gleichen Angaben wie bereits beim Zugstab erwähnt.

In dem Bild 12.14 ist ein Zustand erreicht, wo keine weiteren Risse im Stab auftreten können. Man spricht dann von der **abgeschlossenen Rissbildung**. Die aus der Belastung ausgehende Beanspruchung des Stabes ist auf ganzer Länge größer als die Zugfestigkeit des Betons. Die Dehnungen des Betonstahls sind an jeder Stelle des Stabes größer als die Betondehnungen. Hieraus folgt, dass im gesamten Stabbereich eine **Dehnungsdifferenz** vorhanden ist.

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c > 0$$

An keiner Stelle des Stabes liegen die Bedingungen für den Zustand I mehr vor. Der Abstand zwischen den Rissen gibt sich aus der Bedingung der Einleitung von Kräften über die Verbundspannung von Betonstahl zum Beton zu

$$l_t \leq s_R \leq 2 \cdot l_t$$

Bei zunehmender Laststeigerung entstehen keine neuen Risse. Es kommt lediglich zu einer Vergrößerung der Rissbreite w .

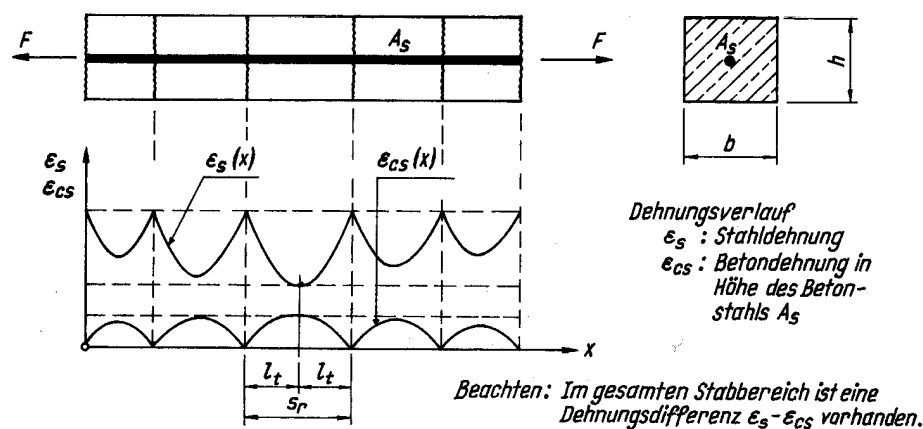


Bild 12.14: Abgeschlossene Rissbildung bei einem zentrisch gezogenen Stahlbetonstab

Wie aus dem Bild weiter zu sehen ist, trägt der Beton zwischen den Rissen mit. Deshalb ist die für die Biegebemessung angesetzte Spannungsverteilung nur für den Querschnitt an der Stelle der Rissbildung zutreffend. Zwischen den Rissen übernimmt der Beton Zugspannungen und somit auch Anteile der Lastabtragung im Zugbereich (**tension stiffening effect**). Einen genaueren Zusammenhang zwischen Stahldehnung und Stahlspannung erläutert das Bild 12.15.

Solange die Beanspruchung kleiner ist als σ_{sr} verbleibt der Träger im Zustand I. Es besteht zwischen Spannungs- und Dehnungsänderung ein linearer Zusammenhang. Wird die Beanspruchung über den Wert σ_{sr} hinaus gesteigert, setzt die Rissbildung ein. Hier ist eine überproportionale Steigerung der Dehnung zu erkennen. Die Rissbildung ist ungefähr bei einem Wert von $1,3 \cdot \sigma_{sr}$ abgeschlossen. Bei weiterer

Laststeigerung wachsen die Spannungen annähernd wie zu Beginn der Beanspruchung bis zum Erreichen der Stahlspannung f_y . Oberhalb der Streckgrenze tritt örtliches Fließen des Bewehrungsstabes auf.

Deutlich ist die Beteiligung des Betons zwischen den Rissen zu erkennen, indem diese Kurve mit dem **reinen Zustand II** verglichen wird. Die Steigerung der Spannungs-Dehnungsbeziehung kann als Biegesteifigkeit gedeutet werden. Diese wird für nichtlineare Verfahren bei der Schnittgrößenermittlung benutzt.

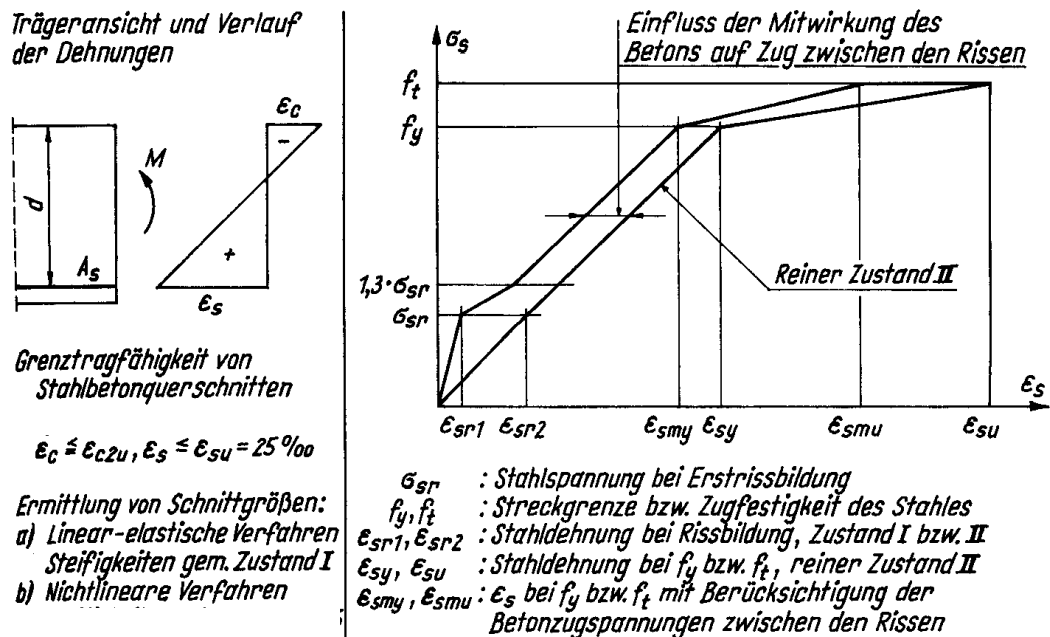


Bild 12.15: Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls bei Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen

In einem Bauteil mit örtlich unterschiedlicher Beanspruchung können alle Dehnungszustände wie zuvor beschrieben auftreten.

- Dehnungsunterschied zwischen Betonstahl und Stahl ist gleich Null. Es liegt der Zustand I vor.
- Dehnungsunterschied ist nur bereichsweise vorhanden. Es liegt die Einzelrissbildung vor.
- Dehnungsunterschied ist überall vorhanden. Dies ist der Zustand II der abgeschlossenen Rissbildung.

12.4.3 Anforderungen gemäß EC2, Ziffer 7.3

Da im Stahlbetonbau Risse unvermeidbar sind, ist die Rissbreite so zu beschränken, dass die ordnungsgemäße Nutzung des Tragwerks sowie sein Erscheinungsbild und die Dauerhaftigkeit als Folge von Rissen nicht beeinträchtigt werden. Die Anforderungen an die Dauerhaftigkeit und das Erscheinungsbild eines Bauteils gelten im Sinne des EC2 als erfüllt, wenn die Rechenwerte für w_{max} gemäß **Tabelle 7.1DE** (vgl. Tab. 12.1) eingehalten sind. Für außergewöhnliche Anforderungen (z.B. bei Flüssigkeitsbehältern) könnten eventuell höhere Begrenzungen an die Rissbreite gestellt werden. Der Nachweis zur Begrenzung der Rissbreite in der Norm umfasst die folgenden Nachweise

- Nachweis der rissbreitenbegrenzenden Mindestbewehrung (EC2, 7.3.2)
- Nachweis der Rissbreite unter der maßgebenden Einwirkungskombination (**indirekter** Nachweis gemäß EC2, 7.3.3 oder **direkter** Nachweis gemäß EC2, 7.3.4)

Tabelle 12.1: Rechenwerte für w_{max} in [mm]

	Expositions- klasse	Stahlbeton und Vorspannung ohne Verbund	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund	
		mit Einwirkungskombination			
		Quasi-ständig	häufig	häufig	selten
1	X0, XC1	0,4 mm	0,2 mm	0,2 mm	--
2	XC2 – XC4	0,3 mm	0,2 mm ^{b),c)}	0,2 mm ^{b)}	--
3	XS1 – XS3 XD1, XD2, XD3 ^{d)}			Dekom- pression	0,2 mm

a) Bei den Expositionsclassen X0 und XC1 hat die Rissbreite keinen Einfluss auf die Dauerhaftigkeit und dieser Grenzwert wird i. Allg. zur Wahrung eines akzeptablen Erscheinungsbildes gesetzt. Fehlen entsprechende Anforderungen an das Erscheinungsbild, darf dieser Grenzwert erhöht werden.
 b) Zusätzl. ist der Nachw. der Dekompression unter der quasi-ständigen Einwirk.-kombination zu führen.
 c) Wenn der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt wird (Hinweise hierzu in den Zulassungen der Spanverfahren), darf der Dekompressionsnachweis entfallen.
 d) Beachte 7.3.1 (7).

Beim Stoß von Betonstahlmatten in zwei Ebenen mit einem Querschnitt $a_s \leq 6 \text{ cm}^2/\text{m}$ ist der Nachweis der Rissbreitenbegrenzung im Stoßbereich mit einer um 25% erhöhten Stahlspannung zu führen.

Bei Platten mit einer Gesamtdicke $h \leq 200 \text{ mm}$ in der Expositionsklasse XC1, die durch Biegung ohne wesentlichen zentrischen Zug beansprucht werden, sind keine Nachweise zur Begrenzung der Rissbreite erforderlich, wenn die Konstruktionsregeln nach EC2 eingehalten werden.

12.4.4 Rissbreitenbegrenzende Mindestbewehrung (EC2, 7.3.2)

Die Anordnung einer Mindestbewehrung dient der Aufnahme von **Zwangseinwirkungen** und **Eigenspannungen**. Diese Mindestbewehrung ist unter Berücksichtigung der Anforderungen an die Rissbreitenbegrenzung für die Schnittgrößenkombination zu bemessen, die im Bauteil zur Erstrissbildung führt. Bei Stahlbetonbauteilen darf die Mindestbewehrung vermindert werden, wenn die Zwangsschnittgröße die Risschnittgröße nicht erreicht. Die Mindestbewehrung ist dann durch eine Bemessung für die nachgewiesene Zwangsschnittgröße zu ermitteln. Hierbei ist die Anforderung an die Rissbreitenbeschränkung zu berücksichtigen. Die Mindestbewehrung ist bei profilierten Querschnitten, wie z.B. Hohlkasten- oder Plattenbalkenquerschnitten für jeden Teilquerschnitt einzeln nachzuweisen.

Der **erforderliche Mindestbewehrungsquerschnitt** zur Begrenzung der Rissbreite kann nach der folgenden Formel ermittelt werden:

$$A_{s,min} = \frac{1}{\sigma_s} \cdot k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}$$

Dabei ist:

- $A_{s,min}$ die Mindestquerschnittsfläche der Betonstahlbewehrung innerhalb der Zugzone.
- A_{ct} die Fläche der Betonzugzone. Die Zugzone ist derjenige Teil des Querschnitts oder Teilquerschnitts, der unter der zur Erstrissbildung am Gesamtquerschnitt führenden Einwirkungskombination im ungerissenen Zustand rechnerisch unter Zugspannungen steht.

- σ_s der Absolutwert der maximal zulässigen Spannung in der Betonstahlbewehrung unmittelbar nach Rissbildung. Dieser darf als die Streckgrenze f_{yk} angenommen werden. Zur Einhaltung der Rissbreitengrenzwerte kann allerdings ein geringerer Wert entsprechend dem Grenzdurchmesser der Stäbe oder dem Höchstwert der Stababstände erforderlich werden (vgl. EC2, 7.3.3 (2)).
- $f_{ct,eff}$ die wirksame Beton-Zugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt t , die beim Auftreten der Risse zu erwarten ist (bei diesem Nachweis: der **Mittelwert der Zugfestigkeit f_{ctm}**). In vielen Fällen, z.B. wenn der maßgebende Zwang durch Abfließen der Hydratationswärme entsteht, kann die Rissbildung in den ersten 3 bis 5 Tagen nach dem Betonieren entstehen. In diesem Fall darf die wirksame Zugfestigkeit auf **$0,5 \cdot f_{ctm}$** gesetzt werden, sofern in der Baubeschreibung und auf den Ausführungsplänen entsprechende Vermerke vorgenommen werden, damit auf der Baustelle bei der Festlegung des Betons eine entsprechende Aufforderung aufgenommen werden kann. Wenn die Rissbildung nicht mit Sicherheit in den ersten 28 Tagen erfolgt, ist als Mindestwert für die Zugfestigkeit f_{ctm} des Normalbetons **$3,0 \text{ N/mm}^2$** anzusetzen.
- k ein Beiwert zur Berücksichtigung von nichtlinear verteilten Betonzugspannungen und weiteren risskraftreduzierenden Einflüssen; es gelten folgende modifizierte Beiwerte:
- a) bei Zugspannungen infolge im Bauteil selbst hervorgerufenen Zwangs wie z.B. Eigenspannungen durch Abfließen der Hydratationswärme:
 $k = 0,8$ für Querschnitte mit $h \leq 300 \text{ mm}$
 $k = 0,5$ für Querschnitte mit $h \geq 800 \text{ mm}$
(Zwischenwerte interpolieren; für h gilt der kleinere Wert von Höhe oder Breite des Querschnitts oder des Teilquerschnitts)
- b) Zugspannungen infolge außerhalb des Bauteils hervorgerufenen Zwangs wie z.B. Setzung
 $k = 1,0$
- k_c ein Beiwert zur Erfassung des Einflusses der Spannungsverteilung innerhalb des Querschnittes vor der Erstrissbildung sowie Änderung des inneren Hebelarms:
- a) bei **reinem Zug**: $k_c = 1,0$
- b) bei **Biegung oder Biegung mit Normalkraft** bei Rechteckquerschnitten und Stegen von Plattenbalken und Hohlkästen:
- $$k_c = 0,4 \cdot \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot (h/h') \cdot f_{ct,eff}} \right] \leq 1$$
- c) bei **Biegung oder Biegung mit Normalkraft** bei Zuggurten von Plattenbalken und Hohlkästen:
- $$k_c = 0,9 \cdot \frac{F_{cr}}{A_{ct} \cdot f_{ct,eff}} \geq 0,5$$
- Hierin sind:
- σ_c die Betonspannung in Höhe der **Schwerlinie** des Querschnitts im ungerissenen Zustand unter der Einwirkungskombination, die am Gesamtquerschnitt zur Erstrissbildung führt;
 $\sigma_c = N_{Ed} / (b \cdot h)$ (**Hinweis**: Druckspannung gilt als positiver Wert!)
- k_1 der Beiwert zur Berücksichtigung der Auswirkungen der Normalkräfte auf die Spannungsverteilung: $k_1 = 1,5$ falls N_{Ed} eine Druckkraft ist und $k_1 = 2 \cdot h' / (3 \cdot h)$, falls N_{Ed} eine Zugkraft ist.
- h' Korrekturbeiwert: $h' = h$ für $h < 1,0 \text{ m}$; $h' = 1,0 \text{ m}$ für $h \geq 1,0 \text{ m}$.
- F_{cr} der Absolutwert der Zugkraft im Gurt unmittelbar vor Rissbildung infolge des mit $f_{ct,eff}$ berechneten Rissmoments.

Bei **profilierten Querschnitten** wie Hohlkästen oder Plattenbalken wird die Mindestbewehrung für jeden Teilquerschnitt, also für die Gurte und Stege einzeln nachgewiesen. Die Zerlegung erfolgt immer so, dass ein mindestens einem Querschnittsrand die Zugfestigkeit erreicht wird (Bild 12.16).

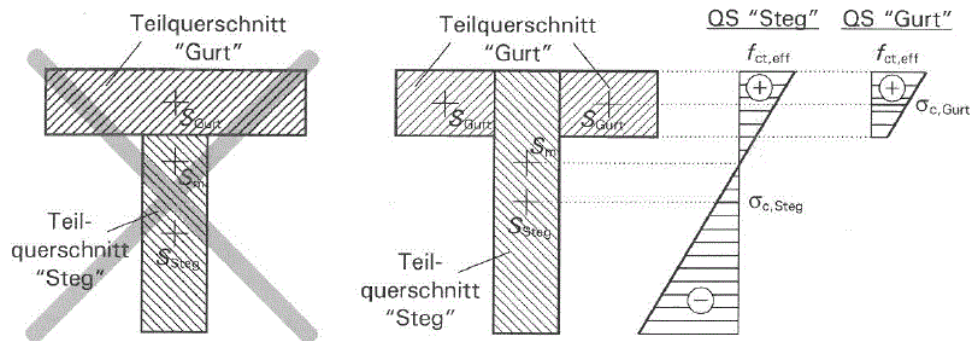


Bild 12.16: Aufteilung in Teilquerschnitte am Beispiel eines Plattenbalkens über einer Stützung

Den oben angegebenen Formeln zur Berechnung der Mindestbewehrung liegt die Risstheorie für dünne Bauteile zugrunde. Bei **dicken oder hohen Bauteilen** (Bild 12.17) liegen die Bewehrungslagen soweit auseinander, dass sich zwischen den weit entfernt voneinander liegenden **Trennrissen** (Primärrissen) eine Vielzahl von **Sekundärrissen** einstellen, die sich nur über eine effektive Höhe h_{eff} ausbreiten und nicht den ganzen Querschnitt durchtrennen. Die Zugkraft für die Bildung der Sekundärrisse ist damit kleiner als die Zugkraft zur Erzeugung des nächsten durchgehenden Trennrisses. Die Sekundärrisse tragen zum Abbau der Zugkraft infolge Zwang bei, so dass die Mindestbewehrung von dicken Bauteilen unmittelbar bei der Trennrissbildung höher ausgenutzt werden kann. Die zur Bildung der Sekundärrisse erforderliche Risskraft darf deshalb im Wirkungsbereich einer Bewehrungslage $A_{c,eff}$ mit der effektiven Dicke $h_{c,eff}$ ermittelt werden. Es ist sicherzustellen, dass die ermittelte Mindestbewehrung im Trennriss (Primärriss) nicht fließt.

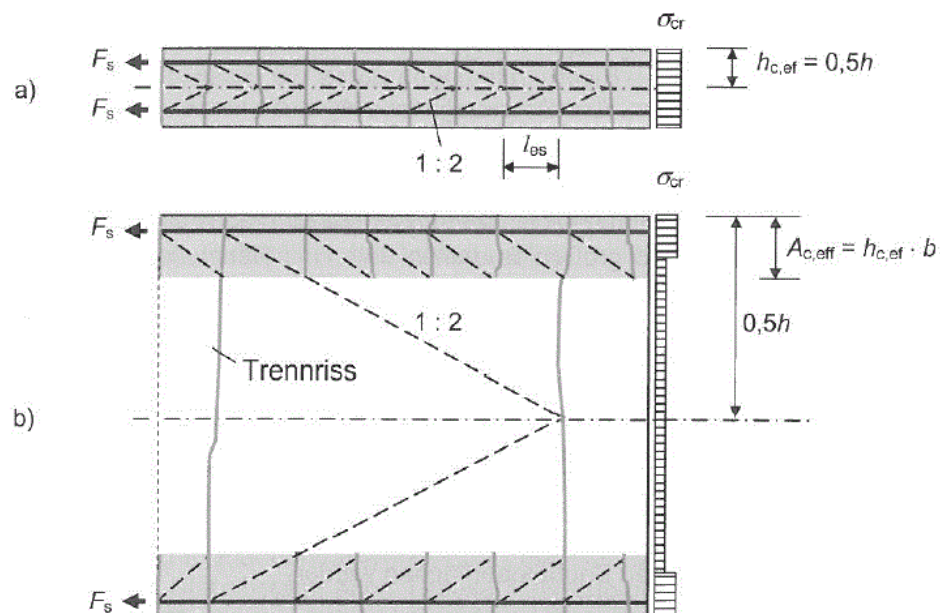


Bild 12.17: Rissbildungsmechanismus bei dünnen (a) und dicken (b) Bauteilen unter zentrischem Zug

Für **dicke Bauteile** gilt hinsichtlich der Mindestbewehrung also:

$$A_{s,min} = \frac{1}{\sigma_s} \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{c,eff} \left\{ \begin{array}{l} \geq \frac{1}{f_{yk}} \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \\ \leq \frac{1}{\sigma_s} \cdot k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \end{array} \right.$$

Dabei ist:

- $A_{c,eff}$ der Wirkungsbereich der Bewehrung nach Bild 12.18 mit $A_{c,eff} = h_{c,ef} \cdot b$
- A_{ct} die Fläche der Betonzugzone je Bauteilseite mit $A_{ct} = 0,5 \cdot h \cdot b$
- k_c, k vgl. Beiwerte auf S. 12.23

Bei dicken Bauteilen kann durch Einsatz von langsam erhärtenden Betonen ($r \leq 0,3$) eine Verminderung der Zwangsspannungen beim Abfließen der Hydratationswärme erzielt werden. In diesem besonderen Fall darf die ermittelte Mindestbewehrung um 15% reduziert werden. Die Ausführungspläne müssen hierzu Hinweise geben.

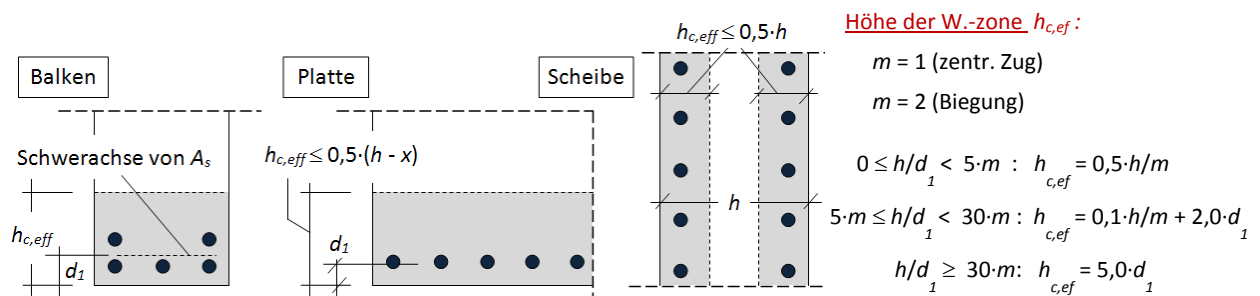


Bild 12.18: Wirkungsbereich bei Bauteilen unter Zugbeanspruchung

Die Mindestbewehrung ist überwiegend am gezogenen Querschnittsrand anzuordnen, mit einem angemessenen Anteil aber auch so über die Zugzone zu verteilen, dass die Bildung breiter **Sammelrisse** vermieden wird (Bild 12.19).

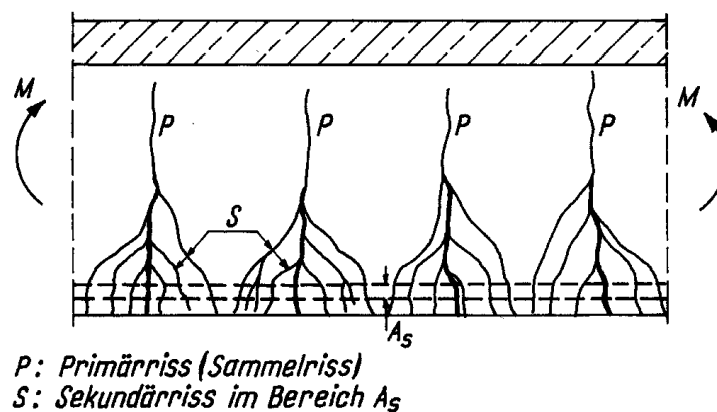


Bild 12.19: Rissbild eines hohen Balkens mit schwacher Stegbewehrung

12.4.5 Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung (EC2, 7.3.3)

Die Begrenzung der Rissbreite erfolgt durch Einhaltung von **Konstruktionsregeln**. Die Rissbreiten werden – unter den Voraussetzungen einer ausreichenden Mindestbewehrung nach Kap. 12.4.4 – auf zulässige Werte begrenzt, wenn bei Rissen

- infolge **überwiegenden Zwangs** der **Stabdurchmesser** nach Tabelle 12.2 (bzw. EC2, Tab. 7.2DE) eingehalten ist. Dabei ist für die Stahlspannung σ_s der Wert unmittelbar nach Rissbildung (vgl. gemäß Definition in Kap. 12.4.4) einzusetzen.
- infolge **überwiegend direkter Einwirkungen** (Lastbeanspruchung) die Bedingungen nach Tabelle 12.2 bezüglich der **Stabdurchmesser** oder die Bedingungen nach Tabelle 12.3 (bzw. EC2, Tab. 7.3N) bezüglich der **Stababstände** eingehalten sind. Die Stahlspannung σ_s ist in der Regel auf Grundlage gerissener Querschnitte unter der maßgebenden (quasi-ständigen) Einwirkungskombination zu ermitteln.

Der Eingangswert für die Bestimmung des Grenzdurchmessers aus Tabelle 12.2 oder des Grenzabstandes aus Tabelle 12.3 ist die Stahlspannung σ_s . Der Ablesewert ist ein **Grenzdurchmesser** \varnothing_s^* , der in Abhängigkeit von der effektiven Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$, der Bauteildicke und ggf. vom Randabstand der Bewehrung modifiziert werden muss und damit auf das maximal zulässige Maß des Stabdurchmessers $\varnothing_{s,lim}$ führt. Es gilt: $\varnothing_{s,prov} \leq \varnothing_{s,lim}$.

Bei überwiegender Lastbeanspruchung kann alternativ auch der Höchstwert der Stababstände gemäß Tabelle 12.3 ohne weitere Modifikation abgelesen werden. In einigen Publikationen wird jedoch davon abgeraten, die Begrenzung der Rissbreite über die Höchstwerte der Stababstände sicherzustellen; wenn, dann nur bei Platten mit einlagiger Bewehrung.

Tabelle 12.2: Grenzdurchmesser bei Betonstählen gemäß EC2, Tab. 7.2DE

Stahlspannung σ_s [N/mm ²] ^{b)}	Grenzdurchmesser der Stäbe \varnothing_s^* in mm ^{a)}				
	$w_k = 0,40$ mm	$w_k = 0,30$ mm	$w_k = 0,20$ mm	$w_k = 0,15$ mm	$w_k = 0,10$ mm
160	54	41	27	20	14
180	43	32	21	16	11
200	35	26	17	13	9
220	29	22	14	11	7
240	24	18	12	9	6
260	21	15	10	8	5
280	18	13	9	7	4
300	15	12	8	6	-
320	14	10	7	5	-
340	12	9	6	5	-
360	11	8	5	4	-
400	9	7	4	-	-
450	7	5	3	-	-

a) Die Werte dieser Tabelle basieren auf den folgenden Annahmen: Grenzwerte der Gleichungen 7.9 und 7.11 des EC2 mit $f_{ct,eff} = 2,9$ N/mm² und $E_s = 200000$ N/mm²: $\sigma_s = \sqrt{w_k \cdot 3,48 \cdot 10^6 / \varnothing_s^*}$
 b) unter der maßgebenden Einwirkungskombination

Tabelle 12.3: Höchstwerte der Stababstände zur Rissbreitenbegrenzung gemäß EC2, Tab. 7.3N

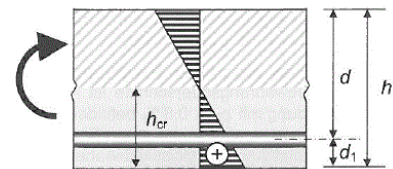
Stahlspannung σ_s [N/mm ²] a)	Höchstwerte der Stababstände in mm		
	$w_k = 0,40$ mm	$w_k = 0,30$ mm	$w_k = 0,20$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

a) unter der maßgebenden Einwirkungskombination

Für Stahlbetonbauteile müssen die **Grenzdurchmesser** (ggf. der maximale Stababstand) wie folgt nachgewiesen werden:

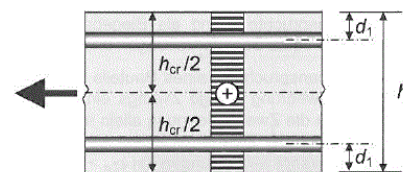
- für die **Mindestbewehrung** bei Biegezug (Kap. 12.4.4):

$$\varnothing_{s,lim} = \varnothing_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr}}{4 \cdot (h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}}$$



- für die **Mindestbewehrung** bei zentr. Zwang (Kap. 12.4.4):

$$\varnothing_{s,lim} = \varnothing_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr}}{8 \cdot (h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}}$$



- wie vor, jedoch bei dicken Bauteilen (Kap. 12.4.4):

$$\varnothing_{s,lim} = \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}}$$

- bei einer **Lastbeanspruchung** (überwiegend direkte Einwirkungen):

$$\varnothing_{s,lim} = \varnothing_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \geq \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad \text{oder} \quad s_l \leq s_{l,lim}$$

Dabei ist:

$\varnothing_{s,lim}$ der modifizierte Grenzdurchmesser; es gilt: $\varnothing_{s,prov} \leq \varnothing_{s,lim}$.

\varnothing_s^* der Grenzdurchmesser nach Tabelle 12.2;

h, d die Gesamthöhe bzw. die Nutzhöhe des Querschnitts

h_{cr} die Höhe der Zugzone unmittelbar vor Rissbildung

$f_{ct,eff}$ die wirksame Zugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt t , die beim Auftreten der Risse zu erwarten ist (bei diesem Nachweis: der **Mittelwert der Zugfestigkeit** f_{ctm}). In vielen Fällen, z.B. wenn der maßgebende Zwang durch Abfließen der Hydratationswärme entsteht, kann die Rissbildung in den ersten 3 bis 5 Tagen nach dem Betonieren entstehen. In diesem Fall darf die wirksame Zugfestigkeit auf $0,5 \cdot f_{ctm}$ gesetzt werden, sofern in der Baubeschreibung und auf den Ausführungsplänen entsprechende Vermerke vorgenommen werden, damit auf der Baustelle bei der Festlegung des Betons eine entsprechende Aufforderung aufgenommen werden kann. Wenn die Rissbildung nicht mit Sicherheit in den ersten 28 Tagen erfolgt, ist als Mindestwert für die Zugfestigkeit f_{ctm} des Normalbetons **3,0 N/mm²** anzusetzen.

$s_{l,lim}$ der Grenzstababstand nach Tabelle 12.3;
 $f_{ct,0}$ der Bezugswert für die Betonzugfestigkeit = 2,90 N/mm².

Bei **unterschiedlichen Stabdurchmessern** darf ein mittlerer Durchmesser angesetzt werden.

$$\varnothing_{s,m} = \sqrt{\sum \varnothing_{s,i}^2 / \sum \varnothing_{s,i}}$$

Bei **Stabbündeln** muss der Vergleichsdurchmesser \varnothing_{sn} nachgewiesen werden.

$$\varnothing_{sn} = \varnothing_s \cdot \sqrt{n}$$

Bei Betonstahlmatten mit Doppelstäben darf jedoch der Durchmesser des Einzelstabes nachgewiesen werden. Es braucht also kein Vergleichsdurchmesser gebildet werden.

Werden Betonstahlmatten mit $a_s \geq 6,0 \text{ cm}^2/\text{m}$ in zwei Ebenen gestoßen, so ist im Stoßbereich der Nachweis mit einer um 25% erhöhten Stahlspannung zu führen.

Beispiel 12.5: Nachweis der Rissbreitenbegrenzung für eine einachsig gespannte Einfeldplatte

Gegeben: Die 5,8 m lange Einfeldplatte mit $d/h = 213/260 \text{ mm}$ hat als ständige Flächenlast ist $g_k = 6,5 \text{ kN/m}^2$ und als veränderliche Last $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ (Verkaufsraum: $\psi_2 = 0,6$) aufzunehmen. Zum Einsatz kommt ein C25/30. Die maßgebende Expositionsklasse ist XC2. Kriechen und Schwinden sind durch die Parameter $\varphi_{\infty,t0} = 2,5$ (Endkriechzahl) und $\varepsilon_{cs} = -0,5 \text{ ‰}$ (Endschwindmaß) zu berücksichtigen. Die Platte ist in horizontaler Richtung zwängungsfrei gelagert.

Die Biegebemessung hat für das maßgebende Feldmoment mit $m_{Ed} = 68,44 \text{ kNm/m}$ eine Bewehrung von $a_{s,rqd} = 7,52 \text{ cm}^2/\text{m}$ ergeben. Als Bewehrung wird eine R424 von Auflager zu Auflager durchgeführt und im mittleren Feldbereich eine weiteren Matte R335 hinzugelegt ($a_{s,prov} = 4,24 + 3,35 = 7,59 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Gesucht: Mindestbewehrung und Nachweis der Rissbreite ohne direkte Berechnung.

Mindestbewehrung:

Die Platte ist statisch bestimmt gelagert, so dass keine Zwangsschnittgrößen entstehen können. Beim Abfließen der Hydratationswärme kann sich die Platte zwängungsfrei verkürzen. Eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite ist somit nicht erforderlich.

Grenzdurchmesser zur Rissbreitenbegrenzung:

Risse werden durch Lastbeanspruchung hervorgerufen; die maßgebende Gleichung ist:

$$\varnothing_{s,prov} \leq \varnothing_{s,lim} = \max \left\{ \begin{array}{l} \varnothing_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \\ \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \end{array} \right\}$$

Stahlspannung im Zustand II unter quasi-ständiger Last (Verkaufsraum: $\psi_2 = 0,6$):

mit $m_{Ed,perm} = (6,5 + 0,6 \cdot 5,0) \cdot 5,8^2 / 8 = \underline{39,95 \text{ kNm/m}}$ und $z \approx 0,9 \cdot d$

$$\sigma_s = \frac{1}{a_s} \cdot \left(\frac{m_{Ed,perm}}{z} + n_{Ed,perm} \right) \approx \frac{1}{7,59} \cdot \left(\frac{39,95}{0,9 \cdot 0,213} + 0 \right) = 27,45 \text{ kN/cm}^2 = \underline{274,5 \text{ N/mm}^2}$$

Ablesewert aus Tab. 12.2 (für $w_k = 0,3 \text{ mm}$): $\varnothing_s^* = \mathbf{13,5 \text{ mm}}$

$$\varnothing_{s,lim} = \max \left\{ \begin{array}{l} 13,5 \cdot \frac{274,5 \cdot 759,0}{4 \cdot (260 - 213) \cdot 1000 \cdot 2,9} \\ 13,5 \cdot \frac{2,6}{2,9} \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 5,16 \\ 12,1 \end{array} \right\} = \underline{12,1 \text{ mm}}$$

Nachweis: $\varnothing_{s,prov} = \underline{8,52 \text{ mm}}$ (gemitt. Durchmesser) $\leq 12,1 \text{ mm} = \varnothing_{s,lim}$ ✓

Ergänzung: Der Nachweis der Rissbreitenbegrenzung über die Höchstwerte der Stababstände mit $s_l \leq s_{l,lim}$ gemäß Tabelle 12.3 führt zu folgendem Ergebnis:

Ablesewert aus Tab. 12.3 (für $w_k = 0,3 \text{ mm}$ und $\sigma_s = 274,5 \text{ N/mm}^2$): $s_{l,lim} = \mathbf{156 \text{ mm}}$

Nachweis: $s_{l,prov} = \underline{150 \text{ mm}} \leq 156 \text{ mm} = s_{l,lim}$ ✓

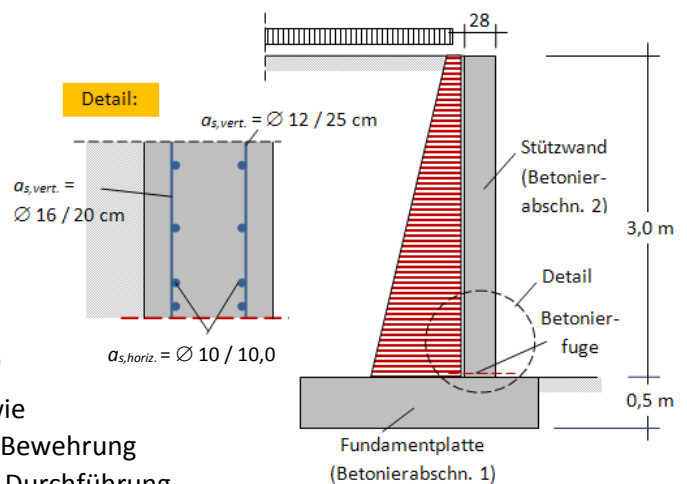
Beispiel 12.6: Nachweis der Rissbreitenbegrenzung für eine Winkelstützwand ($w_{k,max} = 0,3 \text{ mm}$)

Gegeben: Zur Abstützung eines 3,0 m hohen Geländesprungs soll die dargestellte Winkelstützwand aus C30/37 errichtet werden. Die Schnittgrößen am Wandfuß wurden bereits bestimmt.

$n_{Gk} = -21,0 \text{ kN/m}$ (Wandeigengewicht)
 $m_{Ek} = 37,5 \text{ kNm/m}$ (ständiger Erddruck)
 $m_{Qk} = 22,5 \text{ kNm/m}$ (veränderl. Last auf Erdr.)

Betondeckung: $c_{nom} = 35 \text{ mm}$ (XC2, erdseitig)
 $c_{nom} = 55 \text{ mm}$ (XD3, luftseitig)

Die vertikale Bewehrung (innen: $\varnothing 16/20$ sowie außen: $\varnothing 12/25 \text{ cm}$) liegt vor der horizontalen Bewehrung (jeweils $\varnothing 10/20 \text{ cm}$) und wurde bereits nach Durchführung der Biegebemessung bestimmt (innen: $a_{s,rqd} = 8,15 \text{ cm}^2/\text{m}$).



Gesucht: Nachweis zur Rissbreitenbegrenzung für die horizontale Bewehrung (Zwang infolge des Abfließens der Hydratationswärme) sowie die vertikale Bewehrung (Nachweis für die Lastbeanspruchung).

Mindestbewehrung in horizontaler Richtung:

Hinweis: Die Wand hat in horizontaler Richtung keine Lasten aufzunehmen. Sie wird lediglich durch Zwangsspannungen infolge des Abfließens der Hydratationswärme beansprucht. Es muss davon ausgegangen werden, dass die aufgehende Wand auf die bereits erhärtete Sohlplatte betoniert wird. Die Mindestbewehrung soll in der Lage sein, die Zwangsschnittgrößen aufzunehmen und die vertikal. Risse zu kontrollieren ($w_k \leq 0,3 \text{ mm}$).

erforderliche. Mindestbewehrung (je Seite): $a_{s,min} = \frac{1}{\sigma_s} \cdot k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot a_{ct}$

Beiwert k_c bei reinem Zug: $k_c = 1,0$

Beiwert k bei Querschnitten mit $h \leq 300$ mm: $k = 0,8$

Eff. Zugfestigkeit (Zwang aus abfl. Hydratationswärme): $f_{ct,eff} = 0,5 \cdot 2,9 = 1,45$ N/mm²

Zugzonenfläche: $h_{c,ef} = 2,5 \cdot d_1 \leq h/2$ mit $d_1 = c_{nom} + \varnothing_{s,vert.} + \varnothing_{s,horiz.}/2 = 35+16+5 = 56$ mm
 (kein dickes Bauteil) $\rightarrow h_{c,ef} = \min \{140 ; 140\} = 140$ mm (je Seite)

$$a_{ct} = 1000 \cdot 140 = 140000 \text{ mm}^2/\text{m} = 1400 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (je Seite)}$$

σ_s ist in Abhängigkeit der Tabelle 12.2 zu bestimmen:

$\varnothing 10/10$ cm: wegen $f_{ct,eff} = 1,45 \leq f_{ct,0} = 2,9$ N/mm² **muss** der Grenzdurchmesser umgerechnet werden zu: $\varnothing_s^* = \varnothing_s \cdot f_{ct,0}/f_{ct,eff} = 10,0 \cdot 2,9/1,45 = 20$ mm

Interpolierter Ablesewert für σ_s aus Tab. 12.2 bei $w_k = 0,3$ mm ist **230 N/mm²**

$$\rightarrow a_{s,min} = \frac{1}{230} \cdot 1,0 \cdot 0,8 \cdot 1,45 \cdot 140000 = 706 \text{ mm/m} = 7,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Nachweis (je Seite): $a_{s,min} = 7,06 \text{ cm}^2/\text{m} \leq \varnothing 10/10 = 7,86 \text{ cm}^2/\text{m}$ ✓

Nachweis des gewählten Durchmessers (für horizontale Richtung):

$$\varnothing_s \leq \varnothing_{s,lim} = \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} = 20 \cdot \frac{1,45}{2,9} = 10 \text{ mm} \quad (\varnothing_s^* = 20 \text{ mm für } \sigma_s = 230 \text{ N/mm}^2)$$

Nachweis erfüllt ($\varnothing_{s,prov} = 10 \text{ mm} \leq \varnothing_{s,lim}$), da σ_s bereits bei der Ermittlung der Mindestbewehrung - auf vorgesehenen Durchmesser angepasst - mit 230 N/mm² vorgegeben wurde.

Mindestbewehrung in vertikaler Richtung:

Die Kragplatte ist statisch bestimmt gelagert, so dass keine Zwangsschnittgrößen entstehen können. Beim Abfließen der Hydratationswärme kann sich die Platte in vertikaler Richtung zwangungsfrei verkürzen. Eine Mindestbewehrung zur Begrenzung horizontaler Rissbreite ist somit nicht erforderlich.

Grenzdurchmesser zur Rissbreitenbegrenzung:

Hinweis: Die Wand hat in vertikaler Richtung Biegemomente infolge Erddruck aufzunehmen. Die Schnittgrößen bei quasi-ständiger Last (Verkehrs; Fahrzeuglast ≤ 30 kN: $\psi_2 = 0,6$) ergeben sich zu:

$$n_{Ed,perm} = -1,0 \cdot 21,0 = -21,0 \text{ kN/m} \quad (\text{Eigengewicht der Wand wirkt ungünstig})$$

$$m_{Ed,perm} = 37,5 + 0,6 \cdot 22,5 = 51,0 \text{ kNm/m}$$

$$\text{mit } z_s \cong h/2 - d_1 = 280/2 - (35+16/2) = 97 \text{ mm}$$

$$\rightarrow m_{Eds,perm} = 51,0 - (-21,0) \cdot 0,097 = 53,04 \text{ kNm/m}$$

Risse werden also durch Lastbeanspruchung hervorgerufen; die maßg. Gleichung ist:

$$\varnothing_{s,prov} \leq \varnothing_{s,lim} = \max \left\{ \begin{array}{l} \varnothing_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \\ \varnothing_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \end{array} \right\}$$

Stahlspannung im Zustand II: mit $z \approx 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot (280 - 35 - 16/2) = 291 \text{ mm}$

$$\sigma_s = \frac{1}{a_s} \cdot \left(\frac{m_{EdS,perm}}{z} + n_{Ed,perm} \right) \approx \frac{1}{10,1} \cdot \left(\frac{53,04}{0,291} + (-21,0) \right) = 15,97 \text{ kN/cm}^2 = \underline{159,7 \text{ N/mm}^2}$$

Ablesewert aus Tab. 12.2 (für $w_k = 0,3 \text{ mm}$): $\varnothing_s^* = 41,0 \text{ mm}$

$$\varnothing_{s,lim} = \max \left\{ \begin{array}{l} 41,0 \cdot \frac{159,7 \cdot 1010}{4 \cdot (280 - 237) \cdot 1000 \cdot 2,9} \\ 41,0 \cdot \frac{2,9}{2,9} \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 13,3 \\ 41,0 \end{array} \right\} = \underline{41,0 \text{ mm}}$$

Nachweis: $\varnothing_{s,prov} = 16,0 \text{ mm} \leq 41,0 \text{ mm} = \varnothing_{s,lim}$ ✓

Ergänzung: Der Nachweis der Rissbreitenbegrenzung über die Höchstwerte der Stababstände mit $s_l \leq s_{l,lim}$ gemäß Tabelle 12.3 führt zu folgendem Ergebnis:

Ablesewert aus Tab. 12.3 (für $w_k = 0,3 \text{ mm}$ und $\sigma_s = 159,7 \text{ N/mm}^2$): $s_{l,lim} = 300 \text{ mm}$

Nachweis: $s_{l,prov} = 200 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm} = s_{l,lim}$ ✓

12.4.6 Rechnerische Ermittlung der Rissbreiten

Die Begrenzung der Rissbreite darf gemäß EC2, 7.3.4 auch durch direkte Berechnung (besser „Abschätzung“) nachgewiesen werden. Bei den Ansätzen zur rechnerischen Bestimmung der Rissbreite ist grundsätzlich zwischen den Zuständen „Erstrissbildung“ und „abgeschlossene Rissbildung“ zu unterscheiden.

- **Erstrissbildung**

Kennzeichnend für die Erstrissbildung ist, dass sich die Einleitungslängen l_t voll ausbilden können. Außerhalb der Einleitungslängen sind die Dehnungen im Beton und im Stahl gleich ($\varepsilon_s = \varepsilon_c$). Die Rissbreite ergibt sich aus dem Integral der Dehnungsdifferenzen von Beton und Betonstahl innerhalb der Lasteintragungslänge beidseitig des Risses.

Die Dehnungsverteilung ist parabelförmig. Ermittelt man sich die mittlere Dehnung für den Beton und Stahl, so beträgt die mittlere Rissbreite

$$w_m = \int_{-l_t}^{+l_t} (\varepsilon_s - \varepsilon_c) dx$$

$$= 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

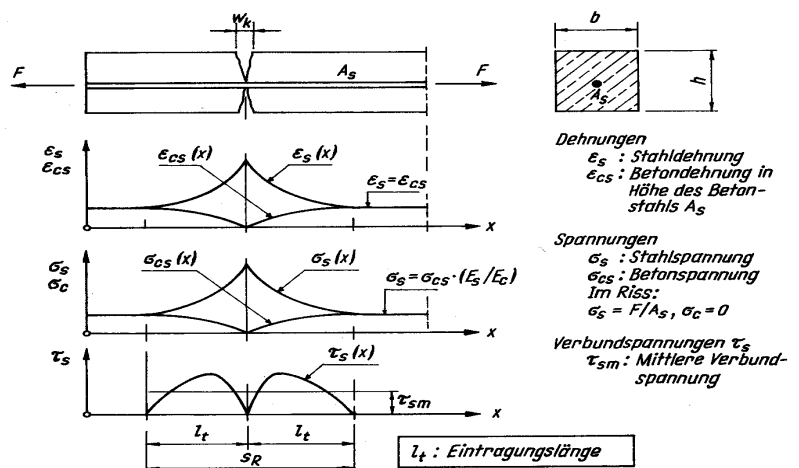


Bild 12.20: Erstrissbildung bei einem Zugstab

Außerhalb der beiden Eintragungslängen ist das Verbundsystem „Beton und Betonstahl“ ungestört. Es gelten dort wegen $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ die bekannten Beziehungen:

$$F = F_c + F_s = \sigma_{ct} \cdot A_{c,eff} + \sigma_s \cdot A_s = \sigma_{ct} \cdot A_{c,eff} + \alpha_E \cdot \sigma_{ct} \cdot A_s = \sigma_{ct} \cdot (A_{c,eff} + \alpha_E \cdot A_s) = \sigma_{ct} \cdot A_i$$

mit $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = \alpha_E \cdot \sigma_{ct}$ und $\alpha_E = E_s/E_{cm}$.

Innerhalb von l_t wird die Kraft F_c über die **Verbundspannungen** τ_{sm} zwischen der Mantelfläche des Bewehrungsstabes und dem umgebenden Beton in den Beton eingeleitet ($u_s = \pi \cdot \varnothing_s$):

$$F_c = \tau_{sm} \cdot l_t \cdot u_s = \tau_{sm} \cdot l_t \cdot \pi \cdot \varnothing_s$$

Setzt man $F_c = \Delta F_s$ (Differenzkraft im Stahl, die innerhalb der Einleitungslänge über die Verbundspannungen umgelagert wird), so lässt sich folgender Zusammenhang herstellen:

$$\Delta F_c = \Delta \sigma_s \cdot A_s = \Delta \sigma_s \cdot \pi \cdot \frac{\varnothing_s}{4} = \tau_{sm} \cdot l_t \cdot \pi \cdot \varnothing_s \quad \rightarrow \quad l_t = \frac{\Delta \sigma_s}{\tau_{sm}} \cdot \frac{\varnothing_s}{4}$$

Unmittelbar bei Einsetzen des ersten Risses ist $F = F_{Riss}$ und damit $F \approx f_{ct,eff} \cdot A_i$. Genau im Riss beträgt die Stahlspannung dann mit $\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff}$:

$$\sigma_{s,Riss} = \frac{F_{Riss}}{A_s} = \frac{f_{ct,eff} \cdot A_i}{A_s} = f_{ct,eff} \cdot \frac{A_{c,eff} + \alpha_E \cdot A_s}{A_s} = f_{ct,eff} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} + \alpha_E \right)$$

Der Spannungssprung $\Delta \sigma_s$ lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$\Delta \sigma_s = \sigma_{s,Riss} - \sigma_s = f_{ct,eff} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} + \alpha_E \right) - \alpha_E \cdot f_{ct,eff} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}}$$

Damit kann nun die Einleitungslänge bestimmt werden:

$$l_t = \frac{\Delta \sigma_s}{\tau_{sm}} \cdot \frac{\varnothing_s}{4} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot \tau_{sm}} \cdot \frac{\varnothing_s}{4}$$

• **Abgeschlossene Rissbildung**

Die einwirkende Kraft F ist im gesamten Bereich größer als die notwendige Risskraft F_{Riss} . Dieses führt zur der in Bild 12.21 dargestellten Rissanordnung mit den zugehörigen Dehnungsverläufen $\varepsilon_{c(x)}$ und $\varepsilon_{s(x)}$. Ein ebener Dehnungszustand liegt an keiner Stelle mehr vor. Die mittlere Rissbreite ist wiederum aus dem Integral der Dehnungsunterschiede über den Störungsbereich zu ermitteln. Der Abstand zwischen zwei Rissen, der mit s_r bezeichnet wird, wird begrenzt durch $l_t \leq s_r \leq 2 \cdot l_t$.

$$w_m = \int_{-s_r/2}^{+s_r/2} (\varepsilon_s - \varepsilon_c) dx = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

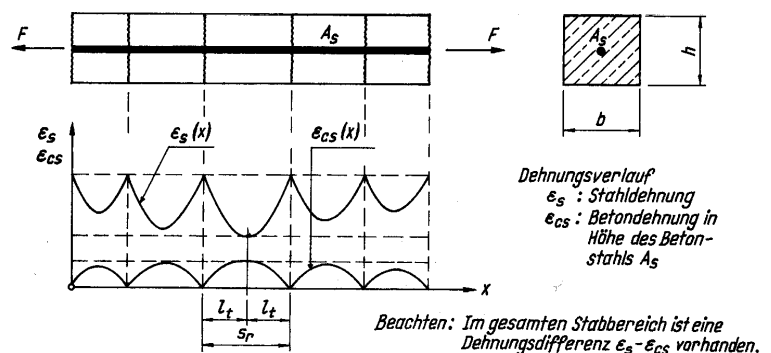


Bild 12.21: Abgeschlossene Rissbildung bei einem Zugstab

Der Rissabstand s_r kann durch eine Extremwertbetrachtung eingegrenzt werden. Der minimale Rissabstand stellt sich dann ein, wenn sofort am Ende der Eintragungslänge ein weiterer Riss entsteht, da hier die Zugfestigkeit wieder erreicht ist. Der maximale Rissabstand kann höchstens das doppelte Maß der Einleitungslänge einnehmen. Größere Anstände sind rechnerisch nicht möglich, da dann sofort ein neuer Riss diesen Abstand „halbiert“ und damit der neue Rissabstand der Einleitungslänge entspricht.

$$s_{r,min} \leq s_r \leq s_{r,max} \rightarrow l_t \leq s_r \leq 2 \cdot l_t \rightarrow s_{rm} \approx 1,5 \cdot l_t$$

Das im EC2 angegebene Berechnungsverfahren darf für beide Zustände angewendet werden, in dem man durch Einführung einer unteren Schranke (Erstrissbildung) und einer oberen Schranke (abgeschlossene Rissbildung) definiert. Im EC2 wird die **charakteristische Rissbreite** deshalb wie folgt bestimmt:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Darin ist der maßgebende Rissabstand zu berechnen mit

$$s_{r,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_s \cdot \varnothing_s}{2 \cdot \tau_{sm}} \\ \frac{f_{ct,eff} \cdot \varnothing_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_{eff}} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_s \cdot \varnothing_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \\ \frac{\varnothing_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \end{array} \right\} \quad \text{mit } \tau_{sm} / f_{ct,eff} \cong 1,8$$

Für die abschließende Berechnung der Rissbreite fehlen noch Bestimmungsgleichungen für die mittlere Stahldehnung ε_{sm} und die mittlere Betondehnung ε_{cm} . Die mittlere Stahldehnung ε_{sm} ergibt sich aus der maximalen Stahldehnung $\varepsilon_{sm,max}$ abzüglich eines Terms, der durch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (tension stiffening = Zugversteifung) hervorgerufen wird. Der parabolische Verlauf der Stahldehnung wird durch einen Völligkeitsbeiwert k_t auf einen konstanten (mittleren) Verlauf umgerechnet:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sm,max} - \Delta\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - k_t \cdot \frac{\Delta\sigma_s}{E_s} = \left(1 - k_t \cdot \frac{\Delta\sigma_s}{E_s} \right) \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Die Betondehnung folgt einem vergleichbaren parabolischen Kurvenverlauf, so dass der mittlere Wert durch

$$\varepsilon_{cm} = k_t \cdot \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$$

beschrieben werden kann. Im EC2 wird die Größe von $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ durch eine umgestellte Formel angegeben; sie lautet:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \\ \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_{eff})}{E_s} \end{array} \right\}$$

Dabei ist:

- σ_s die Spannung in der Zugbewehrung unter Annahme eines gerissenen Querschnitts,
- α_E das Verhältnis E_s/E_{cm} ,
- ρ_{eff} der geometrische Bewehrungsgrad $A_s/A_{c,eff}$ (bei dickeren Bauteilen ist $A_{c,eff} < A_{ct}$)

- h_{cr} die Höhe der Zugzone unmittelbar vor Rissbildung,
- k_t der Fülligkeitsfaktor, der von der Dauer der Lasteinwirkung abhängt (i.d.R. $k_t = 0,4$ bei langfristiger Lasteinwirkung; bei kurzfristiger Lasteinwirkung darf auf 0,6 erhöht werden),
- $f_{ct,eff}$ die wirksame Betonzugfestigkeit nach Kap. 12.4.4, jedoch ohne Ansatz einer Mindestbetonfestigkeit,
- $A_{c,eff}$ = $b \cdot h_{c,eff}$; die effektive Betonfläche in der Zugzone (im Wirkungsbereich der Bewehrung) gemäß Bild12.18. Es gilt:

$$h_{c,eff} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2,5 \cdot (d - h) \\ (h - x)/3 \\ h/2 \end{array} \right\}$$