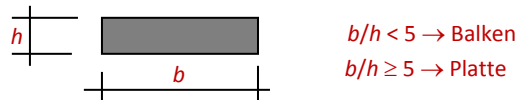


11 Platten

11.1 Allgemeines

Platten sind **Flächentragwerke**, die senkrecht zu ihrer Mittelebene belastet werden. Die Plattendicke ist gegenüber den Plattenspannweiten klein. Die Abgrenzung zwischen Balken und Platten wird durch das Längenverhältnis b/h festgelegt:



Die Vorteile dieses im Bereich des Stahlbetonbaus als eines am häufigsten eingesetzten Konstruktions-elementes sind:

- Raum abschließendes Element,
- einfache Schalung,
- einfache Bewehrungsführung,
- gute Lastverteilung,
- in Verbindung mit Wänden gebäudeaussteifende Wirkung,
- ebene Deckenuntersicht.

Ergeben sich aus der **Begrenzung der Biegeschlankheit** gemäß DIN EN 1992, 7.4 (vgl. Kapitel 12: Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) mit

$$d_{reqd} \geq l_i / 35$$

keine größeren Abmessungen für die statische Nutzhöhe, sind folgende Mindestabmessungen nach DIN EN 1992, 9.3 einzuhalten:

- Allgemein für Ortbetonplatten: min $h = 70$ mm
- Platten mit Querkraftbewehrung: min $h = 160$ mm
- Platten mit Durchstanzbewehrung: min $h = 200$ mm

Bei Bauteilen mit einer Nutzhöhe $d < 100$ mm sind für die Bemessung die Schnittgrößen im Verhältnis $150/(d + 50)$ mit d in [mm] zu vergrößern. Die Auflagertiefe muss mindestens betragen bei Auflagerung auf

- Mauerwerk : 7 cm,
- Beton : 5 cm,
- Stahl: 5 cm.

Form und Anordnung der stützenden Ränder oder Punkte bestimmen Größe und Richtung der Plattenschnittgrößen. Je nach ihrer statischen Wirkung unterscheidet man zwischen **einachsig** und **zweiachsig gespannten Platten**.

Einachsig gespannte Platten tragen ihre Last hauptsächlich in einer Richtung ab. Die Auflager sind linienförmig und i. d. R. senkrecht zur Spannrichtung angeordnet. Sind Einwirkungen quer zur Spannrichtung gleichmäßig verteilt, so kann die Ermittlung der Schnittgrößen und die Bemessung stellvertretend für die gesamte Platte an einem 1 m breiten Plattenstreifen durchgeführt werden. Die Tragwirkung der einachsig gespannten Platte kommt somit etwa der Tragwirkung eines Balkens gleich (vgl. Bild 11.1).

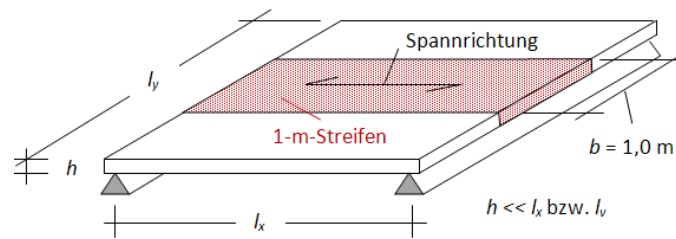


Bild 11.1: Ersatzplattenstreifen bei einachsig gespannten Platten

Bei **zweiachsig gespannten Platten** werden beide Richtungen für die Lastabtragung herangezogen. Entscheidend für das Tragverhalten der Platte sind die Auflagerbedingungen. Die Platte kann nur dann in zwei Richtungen Lasten abtragen, wenn die Stützungen in der Lage sind diese aufzunehmen. Vierseitig gelagerte Platten mit einem Seitenverhältnis

$$l_x / l_y > 2$$

werden i.a. vereinfacht als einachsig gespannt gerechnet. Bei einer Auflagerung parallel zur Hauptspannungsrichtung brauchen die dabei zusätzlich vorhandenen Tragwirkungen nicht nachgewiesen werden. Sie sind aber durch geeignete konstruktive Bewehrung abzudecken.

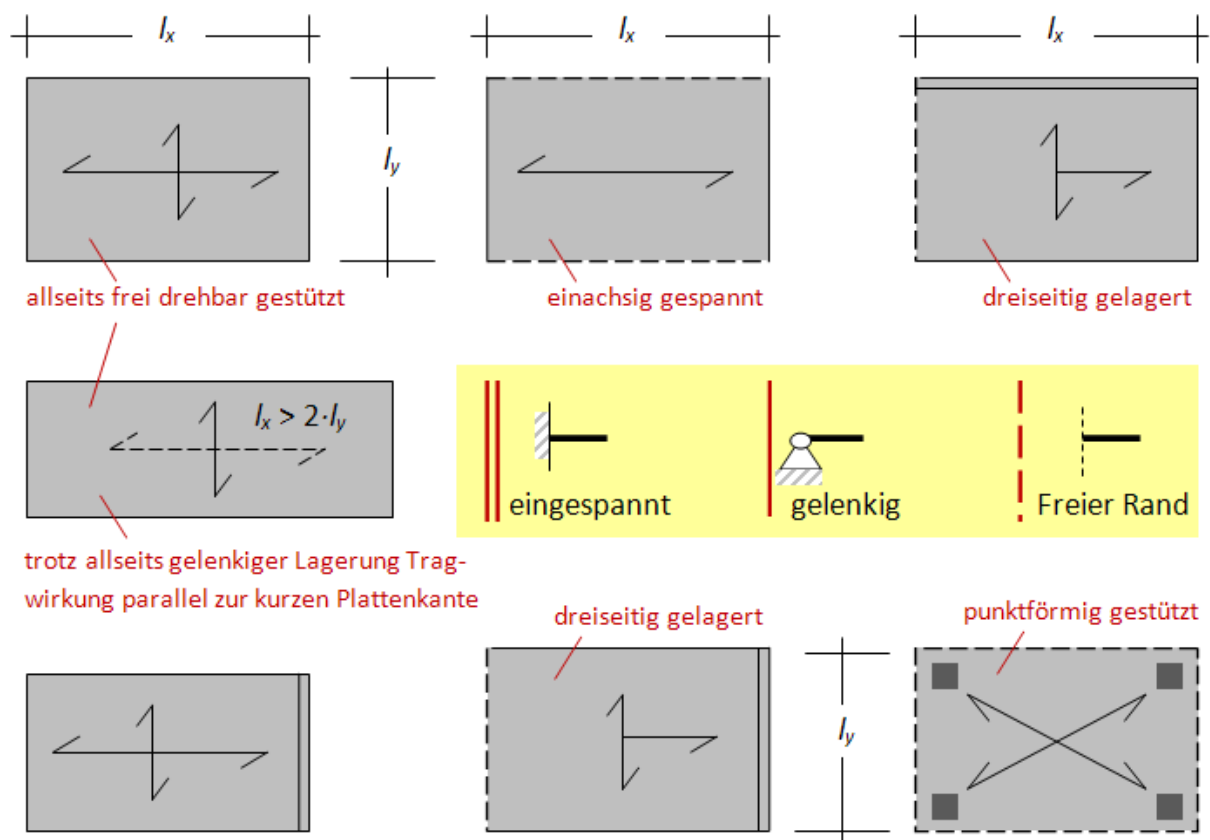


Bild 11.2: Verschiedene Lagerungsmöglichkeiten für Platten

Das **Tragverhalten** zweiachsig gespannter Platten soll am Beispiel einer vierseitig gelagerten quadratischen Platte erläutert werden.

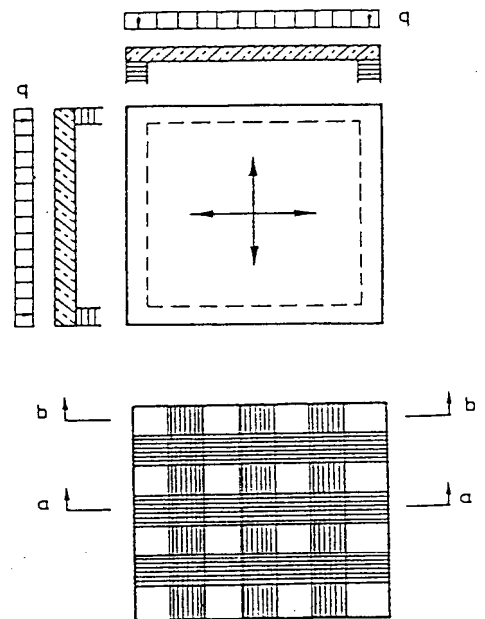
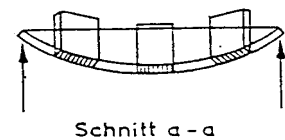


Bild 11.3: Modellvorstellung für eine zweiachsig gespannte Platte mit Verformungsfigur

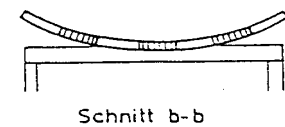
Die Platte wird in sich kreuzende Streifen aufgeschnitten, die sich unabhängig von einander verformen können. Für die Berechnung werden nur zwei sich in der Mitte kreuzende Streifen berücksichtigt. Die Streifen werden belastet und biegen sich durch. Die Gleichgewichtsbedingungen sind erfüllt. Um auch die Verträglichkeitsbedingungen zu erfüllen, müssen die Streifen so verformt sein, dass die Plattenoberfläche eine stetig gekrümmte Fläche ergibt.



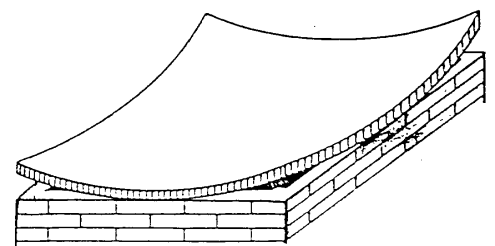
Schnitt a-a

Hieraus ergeben sich die Folgen:

- Die Randstreifen werden gedreht, wodurch die sich kreuzenden Streifen im Mittelbereich entlastet werden.
- Die Mittelstreifen werden im Randbereich gesenkt, d.h. also belastet.
- Die Plattenecken heben ab.
- Alle Plattenbereiche außerhalb eines eingeschriebenen Kreises, bzw. einer Ellipse bei Rechteckplatten, heben sich ab, was zu einer Konzentration der Stützkkräfte in den Mittelbereichen der Unterstützung führt.



Schnitt b-b



Wird das Abheben der Ecken verhindert, z.B. durch Auflast, Verankerung, randversteifende Attika, entsteht eine zusätzliche Tragwirkung in Richtung der Diagonalen. Dabei entstehen **Zusatzmomente** in den Plattenecken.

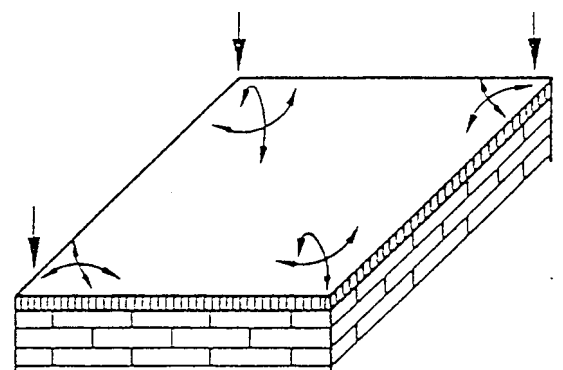


Bild 11.4: Zusatzmomente in den Eckbereichen einer zweiachsig gespannten Platte

Es bildet sich innerhalb der Platte ein **Träger (1)** aus, der als Widerlager für den **auskragenden Träger (2)** dient.

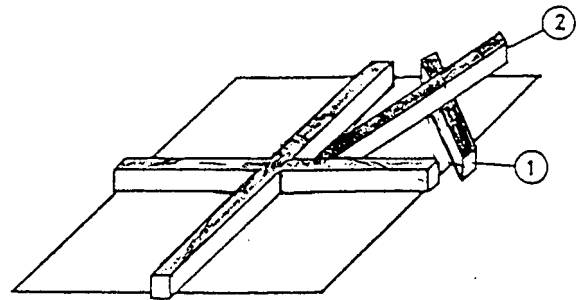


Bild 11.5: Tragmodell für die Platteneckbereiche einer zweiachsig gespannten Platte

Hieraus ergibt sich Folgendes:

- In den Eckbereichen wirken zusätzliche Momente, oben Zug parallel zur Diagonalen, unten Zug senkrecht zur Diagonalen.
- Die Momente in Feldmitte verringern sich um ca. 20 %.
- Geringere Bewehrung bei gleicher Belastung, da die Last auf kürzestem Weg abgetragen wird.
- Es sind zusätzliche Tragreserven vorhanden.

Bezieht man die zusätzlichen, parallel und senkrecht zur Diagonalen unter 45° wirkenden Biegemomente auf ein Plattenelement, dessen Ränder jeweils parallel zu den sich kreuzenden Plattenstreifen verlaufen, so kann man leicht erkennen, dass die Momente m_1 und m_2 in ihrer Wirkung identisch mit den Momenten m_{xy} und m_{yx} sind, die den jeweiligen Streifen zusätzlich auf Torsion beanspruchen und damit verdrillen. Bei Platten werden solche Torsionsmomente **Drillmomente** genannt. Aus Gleichgewichtsgründen gilt:

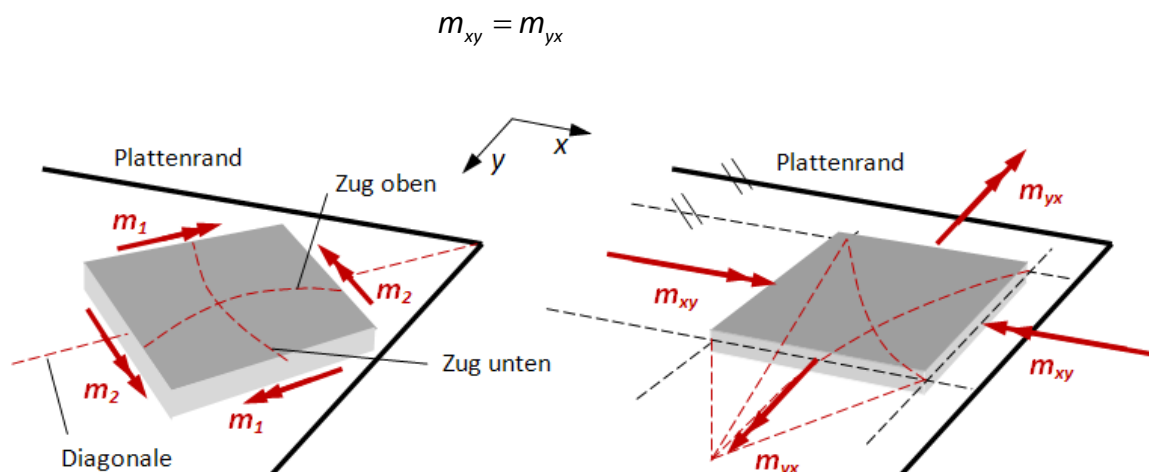


Bild 11.6: Schnittgrößen in der Plattenecke einer zweiachsig gespannten Platte

Der tatsächliche Momentenverlauf kann nicht mehr allein mit m_x und m_y beschrieben werden. Ohne Drillmomente würden sich in Feldmitte die Biegemomente

$$m_x = q_x \cdot l_x^2 / 8 \quad \text{und} \quad m_y = q_y \cdot l_y^2 / 8$$

ergeben. Wegen der Symmetrie bei quadratischen Platten mit $q_x = q_y = q/2$ und $l_x = l_y = l$

Zur Erinnerung:

Hauptmomente:

$$m_{I,II} = \frac{m_x + m_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{m_y - m_x}{2}\right)^2 + m_{xy}^2}$$

Hauptmomentenrichtung:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot m_{xy}}{m_x - m_y}$$

Kontrolle: $m_I + m_{II} = m_x + m_y$

Hauptspannungen:

$$\sigma_{I,II} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$

Hauptspannungsrichtung:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \sigma_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Kontrolle: $\sigma_I + \sigma_{II} = \sigma_x + \sigma_y$

Bild 11.7: Analogie zwischen Hauptmomenten- und Hauptspannungsermittlung

ergibt sich hieraus:

$$m_x = m_y = \frac{q \cdot l^2}{16}$$

Mit Berücksichtigung der **Drillmomente** errechnet man auf der Grundlage der Elastizitätstheorie die Feldmomente von der Größe

$$m_x = m_y = \frac{q \cdot l^2}{27,4} \approx 0,6 \cdot \frac{q \cdot l^2}{16}$$

Hieraus lässt sich erkennen, dass ein erheblicher Anteil der Lasten über Drillmomente abgetragen wird.

Den Verlauf der Momente in Diagonalrichtung zeigt das nachfolgende Bild 10.10. Die Belastung wird in den Ecken durch die Momente m_1 über die kurze Spannweite senkrecht zur Diagonalen (b) abgetragen. Parallel zur Diagonalen (b) entstehen negative Momente m_2 , die zu abhebenden, in den Plattenecken zu verankernden Eckkräften R_e führen. Wegen der Doppelsymmetrie dieser Platte bei den Abmessungen und den Auflagerbedingungen ergibt sich in Plattenmitte:

$$m_x = m_y = m_1 = m_2$$

System, Belastung, Momentenverlauf
 für Streifen a ohne Drillmomente

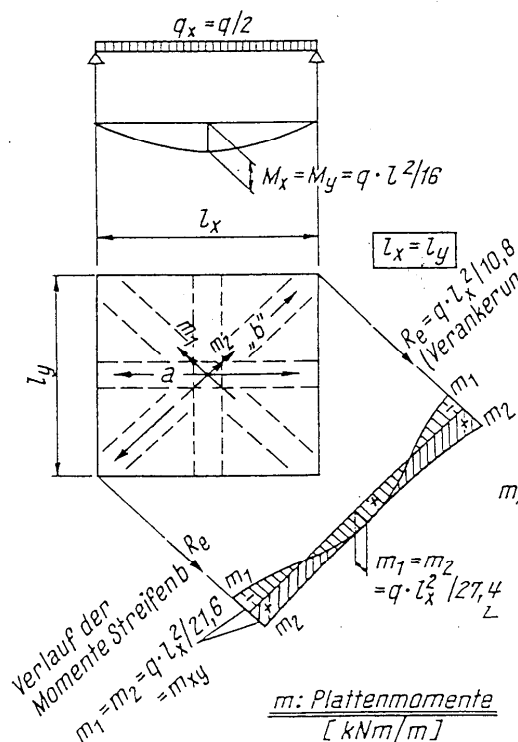


Abb.: (aus Wommelsdorff, Stahlbetonbau, Teil 1, Werner Ingenieurtexte): Momente einer zweiachsig gespannten quadratischen Platte mit frei drehbar gelagerten Rändern

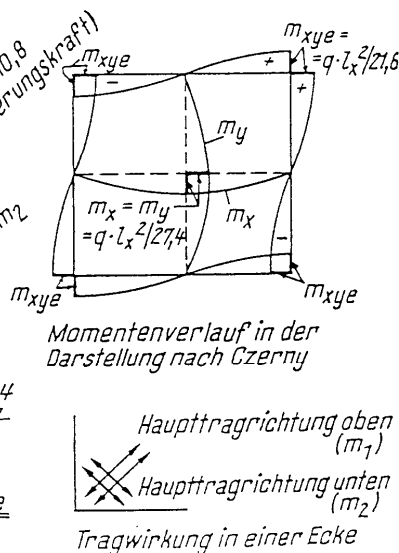


Bild 11.8: Momente einer zweiachsig gespannten Platte

Die nachfolgenden Rissbilder (im Bruchzustand) beweisen die diagonale Tragwirkung in den Ecken.

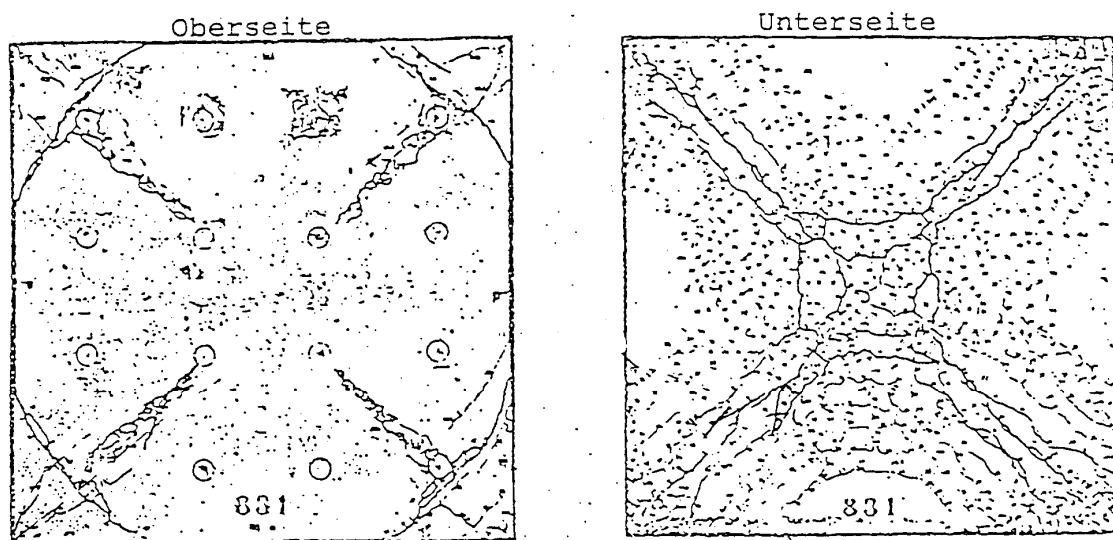


Bild 11.9: Rissbilder von zweiachsig gespannten Platten im Bruchzustand

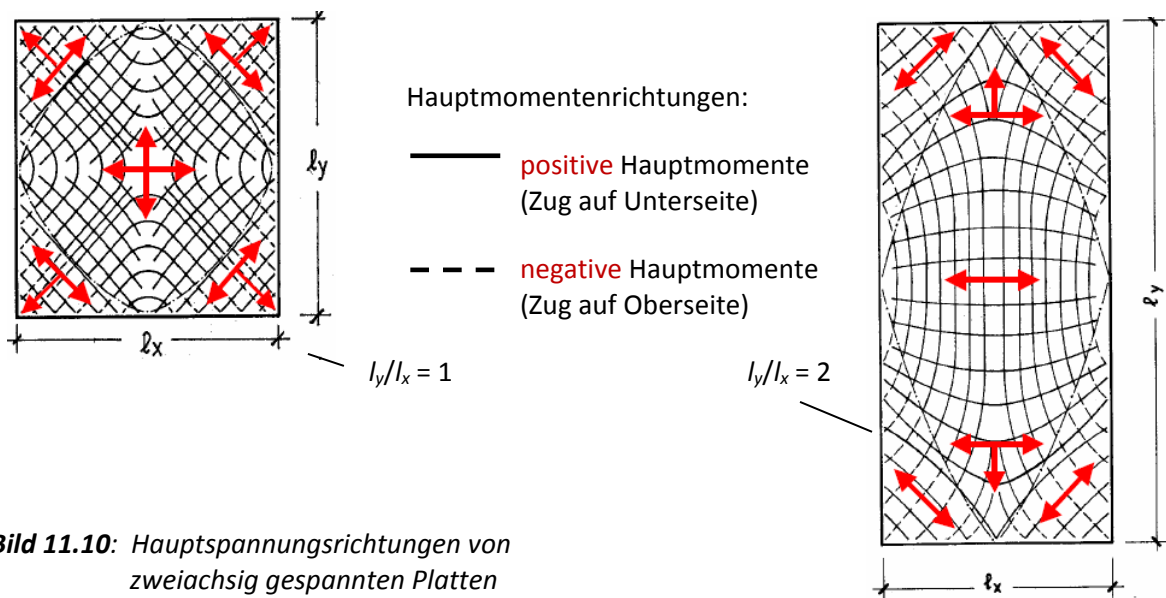


Bild 11.10: Hauptspannungsrichtungen von zweiachsigen Spannungslagen

11.2 Schnittgrößen

11.2.1 Schnittgrößen bei einachsigen Spannungslagen

Aufgrund ihrer statischen Wirkung können für einachsigen Spannungslagen bei der Ermittlung der Schnittgrößen die gleichen Annahmen getroffen werden, wie man es bereits von den Balken her kennt.

- Stützweiten nach EC2-1-1, 5.3.2.2
- Feld- und Stützmomente
- Momentenausrundung bzw. Anschnittmomentermittlung im Stützbereich nach EC2-1-1, 5.3.2.2
- Vergrößerung oder Abminderung der Stützmomente unter Einhaltung der Gleichgewichtsbedingungen nach EC2-1-1, 5.5

Bei einachsigen Spannungslagen ergibt sich die ungünstigste Beanspruchung bei feldweise aufgebracht Gleichlast. Durch die auch über die Plattenbreite gleichmäßig verteilte Last können die Schnittgrößen stellvertretend an einem 1,00 m breiten Plattenstreifen wie bei einem Stabtragwerk ermittelt werden.

Im Unterschied zum Balken ist bei der Platte jedoch die Querdehnung in Querrichtung behindert mit der Folge, dass auch in Querrichtung Spannungen und damit Schnittgrößen entstehen. Der hierfür maßgebende Materialkennwert ist die **Querdehnzahl** μ (in der Literatur häufig auch mit ν angegeben). Für Beton beträgt die Querdehnzahl im Zustand I $\eta = 0,2$; im Zustand II $\eta = 0,0$. Gemäß Elastizitätstheorie gilt:

$$\sigma_y = \mu \cdot \sigma_x \quad \text{bzw.} \quad m_y = \mu \cdot m_x$$

Für einachsigen Spannungslagen unter Gleichflächenlast ist deshalb keine Berechnung der Momente in Querrichtung erforderlich. Es ist lediglich eine Querbewehrung in Höhe von 20% der Längsbewehrung einzulegen. Mit den üblichen R-Matten, die bei einachsigen Spannungslagen zum Einsatz kommen, ist diese Forderung erfüllt.

$$a_{sy} \geq \mu \cdot a_{sx}$$

Das nachfolgende Bild 11.11 verdeutlicht den Querdehneffekt bei Platten gegenüber der Situation in einem Balken.

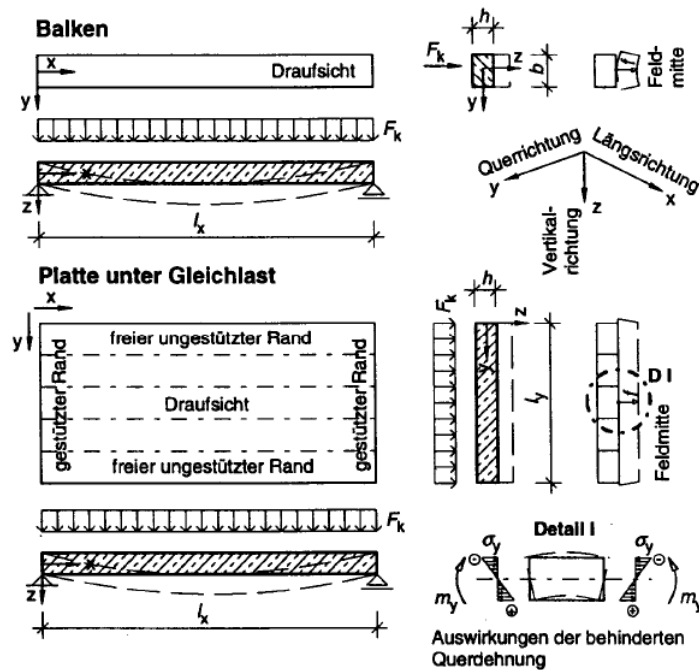


Bild 11.11: Vergleich Balken/Platte bezüglich Querdehnung

Gegenüber einer Gleichlast auf ganzer Fläche stellt sich bei konzentrierten oder in Spannrichtung linienförmig aufgetragenen Lasten die Frage nach der **Lasteinleitungsbreite**, in dessen Bereich in Querrichtung oft mehr als 20% der Längsbewehrung erforderlich ist.

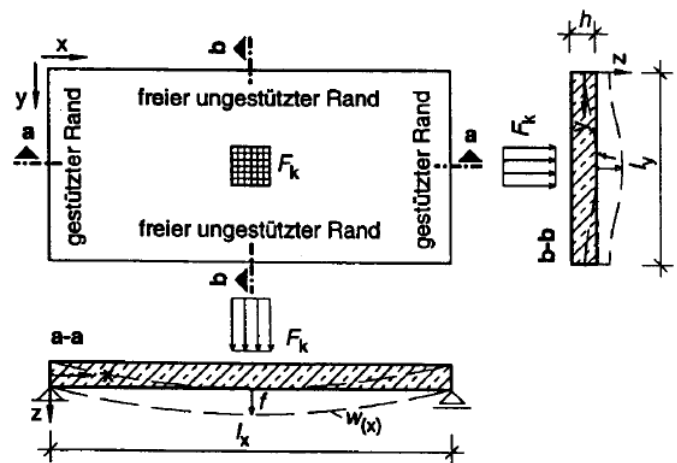


Bild 11.12: Teilflächenbelastung auf einachsigen gespannten Platte

Stehen dem Tragwerksplaner keine genaueren Verfahren zur Verfügung (z.B. Finite-Element-Programme), so können Plattenschnittgrößen infolge von Punkt-, Linien-, oder Rechtecklasten bei einachsigen gespannten Platten mit Hilfe eines **einfachen Verfahrens** wie folgt berechnet werden:

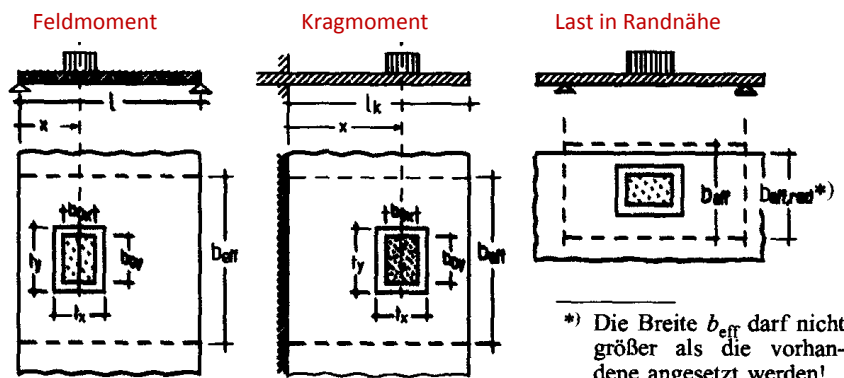


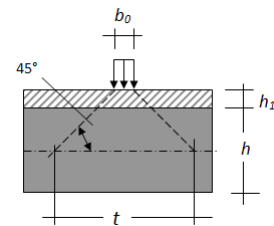
Bild 11.13: Lasteinleitungsbreite bei einachsigen gespannten Platten

*) Die Breite b_{eff} darf nicht größer als die vorhandene angesetzt werden!

- Berechnung der Lasteinleitungsbreite t_x in Spannrichtung der Platte und t_y rechtwinklig dazu gemäß Skizze

$$t_x = b_{o,x} + 2 \cdot h_1 + h$$

$$t_y = b_{o,y} + 2 \cdot h_1 + h$$



- Ermittlung der rechnerischen Lastverteilungsbreite b_{eff} in Abhängigkeit vom statischen System unter Beachtung der jeweiligen Gültigkeitsgrenzen gemäß nachfolgender Tafeln (Bild 11.14):

Lastverteilungsbreite bei einachsrig gespannten Platten unter Punkt-, Linien- und Rechtecklasten

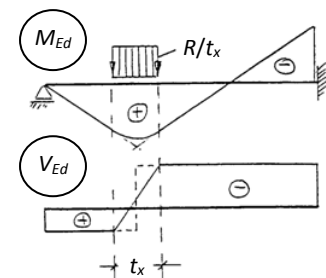
1	Stat. System Schnittgröße	2 Mitwirkende Breite (rechn. Lastverteilungsbreite) b_{eff}	3 Gültigkeitsgrenzen			4 Breite b_{eff} für durchgehende Linienlast ($t_x = l$) $t_y = 0,05l$ $t_y = 0,10l$	
			1		$b_{eff} = t_y + 2,5 \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,8l$
2		$b_{eff} = t_y + 0,5 \cdot x$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,8l$	$t_x \leq l$	$b_{eff} = 0,25l$	$b_{eff} = 0,30l$
3		$b_{eff} = t_y + 1,5 \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,8l$	$t_x \leq l$	$b_{eff} = 1,01l$	
4		$b_{eff} = t_y + 0,5 \cdot x \cdot \left(2 - \frac{x}{l}\right)$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,8l$	$t_x \leq l$	$b_{eff} = 0,67l$	
5		$b_{eff} = t_y + 0,3 \cdot x$	$0,2l < x < l$	$t_y \leq 0,4l$	$t_x \leq 0,2l$	$b_{eff} = 0,25l$	$b_{eff} = 0,30l$
6		$b_{eff} = t_y + 0,4 \cdot (l-x)$	$0 < x < 0,8l$	$t_y \leq 0,4l$	$t_x \leq 0,2l$	$b_{eff} = 0,17l$	$b_{eff} = 0,21l$
7		$b_{eff} = t_y + x \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,8l$	$t_x \leq l$	$b_{eff} = 0,86l$	
8		$b_{eff} = t_y + 0,5 \cdot x \cdot \left(2 - \frac{x}{l}\right)$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0,4l$	$t_x \leq l$	$b_{eff} = 0,52l$	
9		$b_{eff} = t_y + 0,3 \cdot x$	$0,2l < x < l$	$t_y \leq 0,4l$	$t_x \leq 0,2l$	$b_{eff} = 0,21l$	$b_{eff} = 0,25l$
10		$b_{eff} = 0,2 l_k + 1,5 \cdot x$ $b_{eff} = t_y + 1,5 \cdot x$	$0 < x < l_k$ $0 < x < l_k$	$t_y < 0,2l_k$ $0,2l_k \leq t_y \leq 0,8l_k$	$t_x \leq l_k$ $t_x \leq l_k$	$b_{eff} = 1,35l_k$	
11		$b_{eff} = 0,2 l_k + 0,3 \cdot x$ $b_{eff} = t_y + 0,3 \cdot x$	$0,2l_k < x < l_k$ $0,2l_k < x < l_k$	$t_y < 0,2l_k$ $0,2l_k \leq t_y \leq 0,4l_k$	$t_x \leq 0,2l_k$ $t_x \leq 0,2l_k$	$b_{eff} = 0,36l_k$	$b_{eff} = 0,43l_k$

Bild 11.14: Rechnerische Lastverteilungsbreiten bei einachsrig gespannten Platten

- Berechnung der maßgebenden Balkenmomente M_{Ed} und der Balkenquerkraft V_{Ed} am Auflager infolge der auf der Länge t_x gleichmäßig verteilten Gesamtlast R_{Ed}
- Ermittlung der Plattenmomente m_{Ed} [kNm/m] und der Plattenquerkraft v_{Ed} [kN/m je Meter Plattenbreite durch

$$m_{Ed,F} = M_{Ed,F} / b_{eff} ; \quad m_{Ed,S} = M_{Ed,S} / b_{eff} ; \quad v_{Ed} = V_{Ed} / b_{eff}$$

unter Zuordnung des jeweiligen Wertes für b_{eff} .



- Überlagerung der Plattenschnittgrößen aus konzentrierten Lasten mit Plattenschnittgrößen aus anderen Lastfällen gemäß den statischen Erfordernissen.

Beispiel 11.1: Einfeldplatte mit konzentrierter Einzellast

Gegeben: Eine einachsig gespannte Platte hat neben einer Flächenlast auch eine konzentrierte Last aufzunehmen. Die Platte ($h = 200 \text{ mm}$; $d = 170 \text{ mm}$) ist zu bemessen.

Eigenlast Platte: $g_k = 0,2 \cdot 25,0 = 5,0 \text{ kN/m}^2$
 Ausbaulast: $g_{k,1} = 1,0 \text{ kN/m}^2$
 Nutzlast auf Platte: $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$
 Ständige Stützenlast: $G_{k,Stütze} = 40 \text{ kN}$
 Veränderl. Stützenl.: $Q_{k,Stütze} = 20 \text{ kN}$

Baustoffe: C 30/37 mit $f_{cd} = 17,0 \text{ N/mm}^2$; BSt 500 M

Gesucht: Maßg. Schnittgrößen und erf. Bewehrung

Bemessungswerte der Einwirkungen:

$$g_d = 1,35 \cdot 6,0 = 8,10 \text{ kN/m}^2$$

$$q_d = 1,50 \cdot 2,0 = 3,00 \text{ kN/m}^2 \quad \rightarrow \quad g_d = \underline{11,10 \text{ kN/m}^2}$$

$$G_{d,St.} = 1,35 \cdot 40 = 54,0 \text{ kN}$$

$$Q_{d,St.} = 1,50 \cdot 20 = 30,0 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad G_{d,St.} = \underline{84,0 \text{ kN}}$$

Lastverteilungsbreiten:

$$x = 2,0 \text{ m}: \quad t_x = 0,14 + 2 \cdot 0 + 0,20 = \underline{0,34 \text{ m}}$$

$$t_y = 0,20 + 2 \cdot 0 + 0,20 = \underline{0,40 \text{ m}}$$

für Feldmoment m_F : $b_{eff} = 0,40 + 2,5 \cdot 2 \cdot (1 - 2,0/6,0) = \underline{3,73 \text{ m}}$

für Querkraft bei A: $b_{eff} = 0,40 + 0,5 \cdot 2,0 = \underline{1,40 \text{ m}}$

für Querkraft bei B: $b_{eff} = 0,40 + 0,5 \cdot 4,0 = \underline{2,40 \text{ m}}$

Schnittgrößen infolge **Gleichflächenlast**:

$$A = B = 11,1 \cdot 6,32 / 2 = \underline{35,1 \text{ kN/m}}$$

$$V_{Ed,A} = -V_{Ed,B} = 11,1 \cdot 6,00 / 2 = \underline{33,3 \text{ kN/m}}$$

$$\max m_{Ed,F} = 11,1 \cdot 6,00^2 / 8 = \underline{50,0 \text{ kNm/m}}$$

$$m_{Ed,1} = 33,3 \cdot 1,83 - 11,1 \cdot 1,83^2 / 2 = \underline{42,4 \text{ kNm/m}}$$

$$m_{Ed,2} = 33,3 \cdot 2,17 - 11,1 \cdot 2,17^2 / 2 = \underline{46,1 \text{ kNm/m}}$$

Schnittgrößen infolge **Einzellast**:

$$A = V_{Ed,A} = 84 \cdot 4,00 / 6,00 = \underline{56,0 \text{ kN}} \quad (\text{Dimension!})$$

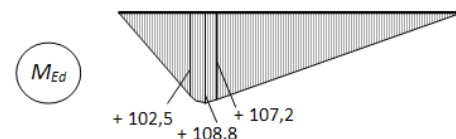
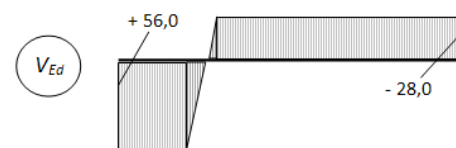
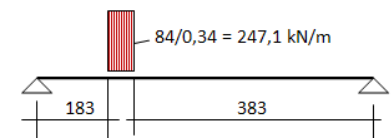
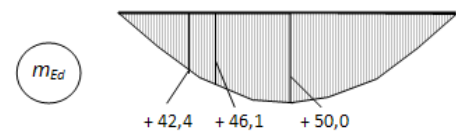
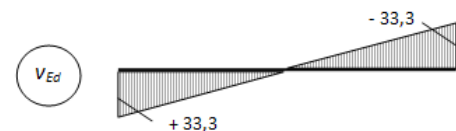
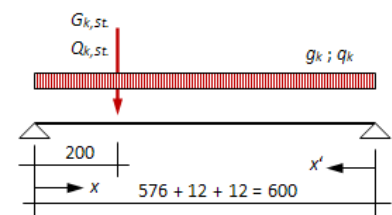
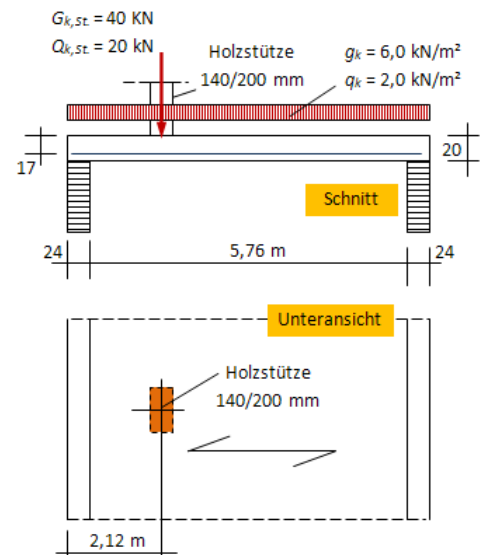
$$B = -V_{Ed,B} = 84 \cdot 2,00 / 6,00 = \underline{28,0 \text{ kN}}$$

$$M_{Ed,1} = 56 \cdot 1,83 = \underline{102,5 \text{ kNm}}$$

$$M_{Ed,m} = 56 \cdot 2,05 - 84,0 / 0,34 \cdot 0,22^2 / 2 = \underline{108,8 \text{ kNm}}$$

$$M_{Ed,2} = 28 \cdot 3,83 = \underline{107,2 \text{ kNm}}$$

$$M_{Ed,F} = 28 \cdot 2,50 = \underline{70,0 \text{ kNm}}$$



Maßgebende Schnittgrößen infolge **Überlagerung**:

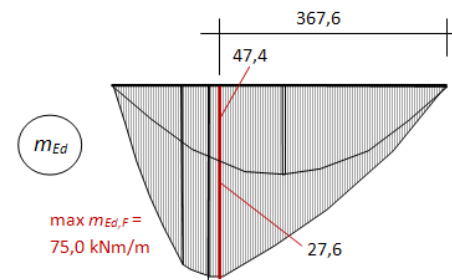
$$v_{Ed,A} = 33,3 + 56,0/1,40 = \underline{73,3 \text{ kN/m}}$$

$$v_{Ed,B} = -33,3 - 28,0/2,40 = \underline{45,0 \text{ kN/m}}$$

$$B^* = 33,3 + 28,0/3,73 = 33,3 + 7,51 = \underline{40,8 \text{ kN/m}}$$

$$x' = 40,8 / 11,1 = 3,676 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \max m_{Ed,F} &= 33,3 \cdot 3,676 - 11,1 \cdot 3,676^2/2 + 7,51 \cdot 3,676 \\ &= 47,4 + 27,6 = \underline{75,0 \text{ kNm/m}} \end{aligned}$$



Bemessung (**außerhalb** der Lastkonzentration):

$$\text{maßg. Feldmoment: } m_{Ed,F} = 50,0 \text{ kNm/m}$$

$$\mu_{Ed,s} = 50,0 \cdot 10^{-3} / (0,17^2 \cdot 17,0) = 0,102 \rightarrow \omega_1 = 0,1080 \text{ (interpoliert)}$$

$$a_{s,rqd} = 0,1080 \cdot 100 \cdot 17,0 / 29,4 = \underline{6,24 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$\text{gewählt: } 2 \text{ R335 (gestaffelt) mit } a_{s,prov} = \underline{6,70 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 6,24 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

Bemessung (**im Bereich** der Lastverteilung):

$$\text{maßg. Feldmoment: } m_{Ed,F} = 75,0 \text{ kNm/m}$$

$$\mu_{Ed,s} = 75,0 \cdot 10^{-3} / (0,17^2 \cdot 17,0) = 0,153 \rightarrow \omega_1 = 0,1674 \text{ (interpoliert)}$$

$$a_{s,rqd} = 0,1674 \cdot 100 \cdot 17,0 / 29,4 = \underline{9,68 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$\text{gewählt: } 2 \text{ R335 (gestaffelt) mit } a_{s,prov} = \underline{6,70 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 6,24 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$\text{Feldmoment ohne konz. Last an gleicher Stelle: } m_{Ed,F} = 47,40 \text{ kNm/m (vgl. Skizze)}$$

$$\mu_{Ed,s} = 47,4 \cdot 10^{-3} / (0,17^2 \cdot 17,0) = 0,096 \rightarrow \omega_1 = 0,1013 \text{ (interpoliert)}$$

$$a_{s,rqd} = 0,1013 \cdot 100 \cdot 17,0 / 29,4 = \underline{5,86 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$\text{Zusatzbewehrung für konzentrierte Lasten: } \Delta A_{s,rqd} = (9,68 - 5,86) \cdot 3,73 = 14,25 \text{ cm}^2$$

$$\text{gewählt: } 2 \text{ R335 (als Grundbewehrung mit } 6,70 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ beibehalten)}$$

$$\rightarrow \Delta A_{s,red,rqd} = (9,68 - 6,70) \cdot 3,73 = 11,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{zusätzlich innerhalb von } b_{eff}/2 = 3,73/2 = 1,86 \text{ m: } 16 \text{ } \varnothing 10, s = 125 \text{ mm}$$

$$\Delta A_{s,prov} = \underline{12,56 \text{ cm}^2 \geq 11,12 \text{ cm}^2} = \Delta A_{s,red,rqd}$$

$$\text{Querbewehrung innerhalb von } b_{eff}/2: 16 \text{ } \varnothing 6, s = 115 \text{ mm}$$

Schubbemessung:

$$\text{maßgebender Schnitt: am linken Auflager im Bereich der Lastverteilung mit } v_{Ed,A} = \underline{73,3 \text{ kN/m}}$$

$$\text{direkte Lagerung: } \rightarrow v_{Ed,w} = 73,3 - 11,1 \cdot (0,17 + 0,12) = \underline{70,1 \text{ kN/m}}$$

Bewehrungsgrad im Bereich des $b_{eff} = 1,4 \text{ m}$ breiten Streifens (beide Matten und Zusatzbewehrung bis hinter die Auflagerachse geführt) :

$$\rho_l = (6,70 + 1,40/0,125 \cdot 0,79)/(100 \cdot 17) = 0,0091 \leq 0,02$$

$$v_{Rd,c} = 0,10 \cdot 2,0 \cdot (100 \cdot 0,0091 \cdot 30)^{1/3} \cdot 1000 \cdot 170 = 102528 \text{ N/mm} = \underline{102,5 \text{ kN/m} \geq 70,1 \text{ kN/m}}$$

Nachweis bezüglich v_{min} überflüssig;

keine Querkraftbewehrung erforderlich ✓

11.2.2 Schnittgrößen bei zweiachsig gespannten Einzelplatten

Im Regelfall handelt es sich hierbei um vierseitig gelagerte Rechteckplatten mit einem Seitenverhältnis von $\max l / \min l < 2$, auf die im Nachfolgenden näher eingegangen werden soll. Für die Ermittlung der Schnittgrößen sind zunächst die Lagerbedingungen von entscheidender Bedeutung. Werden für die vier Plattenränder die beiden Möglichkeiten „vollgelenkig“ und „volle Einspannung“ kombiniert, so ergeben sich sechs verschiedene Lagerungsfälle (Bild 11.15).

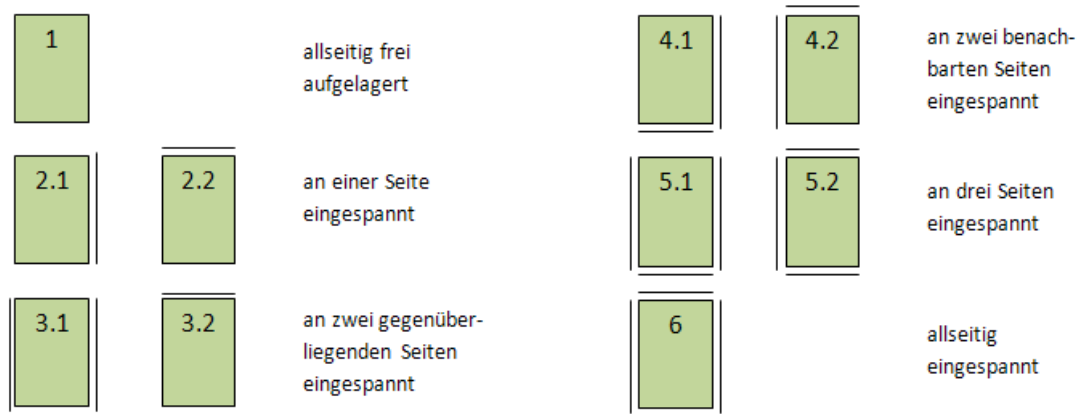


Bild 11.15: Lagerungsfälle für Rechteckplatten ($|| = 100\%$ Einspannung; $| = 100\%$ Gelenk)

Zur Ermittlung der Schnittgrößen können **Näherungsverfahren** angewandt werden, die auf der sicheren Seite liegen und nachfolgend kurz beschrieben werden. Typisch für diese Näherungsverfahren ist, dass sie nur für **regelmäßige Systeme** anwendbar sind, und die **Schnittgrößen nur an ausgewählten Stellen** ermittelt werden. Unregelmäßigkeiten wie Öffnungen, unterbrochene Stützungen, punkt- oder linienförmige Lasten werden konstruktiv gelöst.

a) Schnittgrößenermittlung nach dem Verfahren von Markus

Das Näherungsverfahren von Markus (1924) geht von sich kreuzweise angeordneten 1-m-Streifen in Plattenmitte aus. Aus der Bedingung der **Verformungsgleichheit** des x- und y-Streifens in Feldmitte ($w_{x,m} = w_{y,m}$) lassen sich Lastanteile für den jeweiligen Streifen ermitteln.

$$q = q_x + q_y = k_x \cdot q + k_y \cdot q = k_x \cdot q + (1 - k_x) \cdot q$$

k_x	$\left(1 + \frac{1}{\epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{0,4 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{2,5 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{0,2 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{5 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{2 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$	$\left(1 + \frac{1}{0,5 \cdot \epsilon^4}\right)^{-1}$		
k_y	$(1 + \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 0,4 \cdot \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 2,5 \cdot \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 0,2 \cdot \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 5 \cdot \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 2 \cdot \epsilon^4)^{-1}$	$(1 + 0,5 \cdot \epsilon^4)^{-1}$		
k_x, k_y -Lastaufteilungsfaktoren; $\epsilon = l_y/l_x$; $q_x = k_x \cdot q$; $q_y = k_y \cdot q$; $q = q_x + q_y$; $k_x + k_y = 1,0$									

Bild 11.16: Lastverteilungszahlen für vierseitig gelagerte Rechteckplatten nach Marcus

Diese Lastanteile werden längs der Streifen konstant angenommen. Aus dieser Lastabtragung ergeben sich für die kürzere Spannweite die größeren Biegemomente, weil der Plattenstreifen mit der kürzeren Spannweite steifer ist als der mit der längeren Spannweite. Die Aufteilung der Lasten wird nicht allein von der Spannweite des Plattenstreifens, sondern auch von der Art der Stützung beeinflusst. Die Ermittlung der maßgebenden Biegemomente erfolgt am jeweiligen Plattenstreifen unter der ihm zugeordneten konstanten Last q_x bzw. q_y bei Berücksichtigung der Lagerbedingungen. Die Querdehnung bleibt unberücksichtigt.

b) Schnittgrößenermittlung nach Tabellenwerk von Stiglat/Wippel

Wird die **Verformungsgleichheit** nicht nur in einem Punkt in Feldmitte, sondern in jedem Plattenpunkt gefordert, so ergeben sich zwangsläufig veränderliche Einwirkungen q_x bzw. q_y entlang der einzelnen Plattenstreifen. Auf diesem Ansatz aufbauend haben *Stiglat* und *Wippel* Tabellenwerke entwickelt, die eine Ermittlung der maßgebenden Biegemomente in der Form

$$m_{x,m} = q \cdot \frac{l_x^2}{f_{xm}} \quad ; \quad m_{y,m} = q \cdot \frac{l_y^2}{f_{ym}} \quad ; \quad m_{x,e} = -q \cdot \frac{l_x^2}{f_{xe}}$$

ermöglichen. Da alle diese Momentenzahlen f sich allein auf den kürzeren Plattenrand mit der Länge l_x beziehen, wird die Zahlenrechnung besonders einfach. Es sind aber zusätzliche Tabellenwerte für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse

$$l_x / l_y = \varepsilon$$

erforderlich. Die vollständigen Tabellen sind in zahlreiche Bautabellen und Lehrbüchern abgedruckt (Beispiel vgl. Bild 11.17). Auch bei diesem Ansatz bleibt die Querdehnung unberücksichtigt.

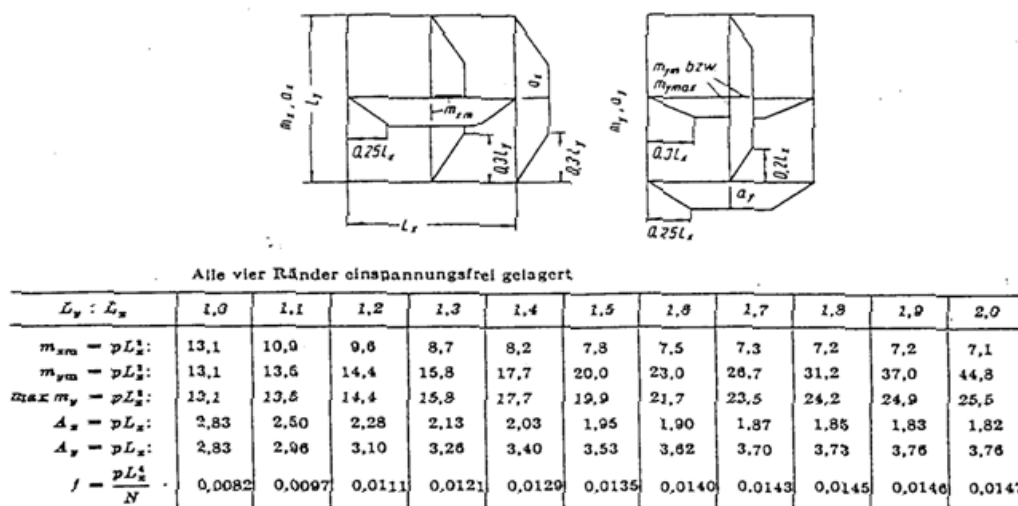
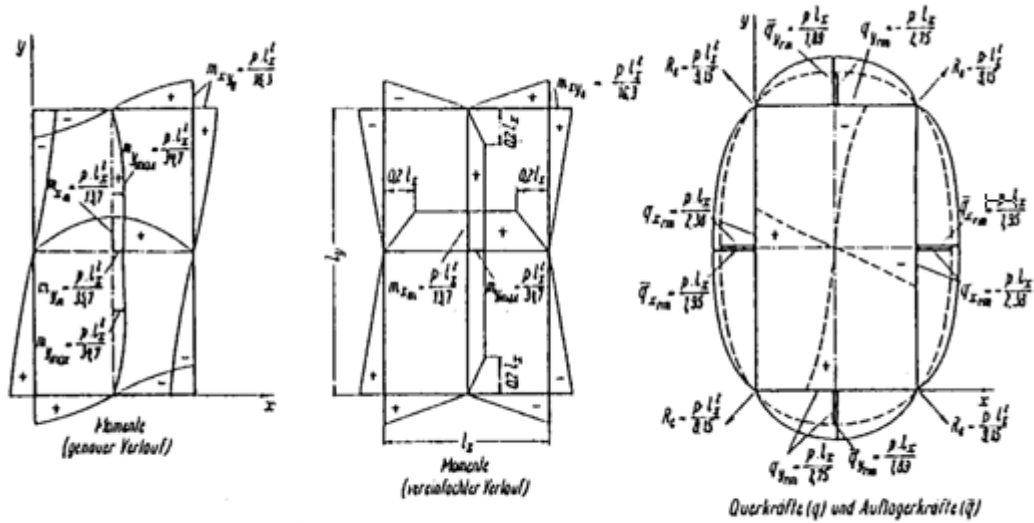


Bild 11.17: Tabellenwerk für die Ermittlung von Schnittgrößen für Platten nach Stiglat/Wippel

c) Schnittgrößenermittlung nach Tabellenwerk von Czerny

Beide vorher genannten Verfahren vernachlässigen die Drillsteifigkeit der Platten. Wie bereits gezeigt trägt eine Platte ihre Lasten i.d.R. nicht allein durch Biegung, sondern auch durch Torsion ab. Das heißt, dass neben den Biegemomenten m_x und m_y auch ein Drillmoment m_{xy} vorhanden ist. *Czerny* hat dazu umfangreiche Tabellen mit Momentenzahlen entwickelt, mit deren Hilfe die Schnittgrößen von **drillstei-**

fen Platten berechnet werden können. Die so ermittelten Schnittgrößen weichen natürlich dadurch von den Werten nach *Markus* oder *Stiglat/Wippel* ab. Die vollständigen Tabellen sind im zahlreiche Bauta-bellen und Lehrbüchern abgedruckt (Beispiel vgl. Bild 11.18). Die *Czerny*-Tafeln wurden für eine Quer-dehnhzahl $\mu = 0$ erstellt, vorwiegend für eine konstante Bauteilhöhe h und eine Gleichflächenlast.



Verlauf der Schnittgrößen für das Seitenverhältnis $l_y : l_x = 1,5$

Einspannungsfreie Lagerung der vier Ränder

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x\text{m}} =$	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7
$m_{y\text{max}} =$	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7
$m_{xy\pm} = \pm$	21,6	20,6	19,7	19,0	18,4	17,9	17,5	17,1	16,8	16,5	16,3
$R_x =$	10,8	10,3	9,85	9,5	9,2	8,95	8,75	8,55	8,4	8,25	8,15
$\bar{q}_{x\text{m}} =$	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95
$\bar{q}_{y\text{m}} =$	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,98	1,94	1,92	1,90	1,89
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0187	0,0536	0,0584	0,0631	0,0678	0,0728	0,0767	0,0809	0,0850	0,0890	0,0927

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x\text{m}} =$	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4
$m_{y\text{max}} =$	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3
$m_{xy\pm} = \pm$	16,3	16,1	15,9	15,7	15,6	15,5	15,4	15,3	15,3	15,2	15,1
$R_x =$	8,15	8,05	7,95	7,85	7,8	7,75	7,7	7,65	7,65	7,6	7,55
$\bar{q}_{x\text{m}} =$	1,95	1,94	1,93	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92
$\bar{q}_{y\text{m}} =$	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,82	1,82	1,82
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0927	0,0963	0,0997	0,1029	0,1060	0,1093	0,1118	0,1145	0,1169	0,1195	0,1215

Bild 11.18: Tabellenwerk für die Ermittlung von Schnittgrößen für Platten nach Czerny

Sollte es erforderlich werden, mit $\mu = 0,2$ zu rechnen, dann kann näherungsweise die folgende Umrechnung erfolgen:

$$m_{x,\mu} = m_{x,\mu=0} + \mu \cdot m_{y,\mu=0} \quad ; \quad m_{y,\mu} = m_{y,\mu=0} + \mu \cdot m_{x,\mu=0} \quad ; \quad m_{xy,\mu} = (1 - \mu) \cdot m_{xy,\mu=0}$$

11.2.2 Schnittgrößen bei zweiachsig gespannten Mehrfeldplatten

Es handelt sich hierbei um **durchlaufende** Plattensysteme, die unter Berücksichtigung der jeweils ungünstigsten Anordnung der veränderlichen Lasten zu berechnen sind. Für die Feldmomente ist diese **schachbrettartig** aufzubringen, wobei das betrachtete Feld selbst ebenfalls belastet ist (vgl. Bild 11.19). Bei den Stützmomenten sind die veränderlichen Lasten auf den beiden Seiten der betrachteten Stützung anzuordnen und in den weiteren Feldern wiederum schachbrettartig zu verteilen.

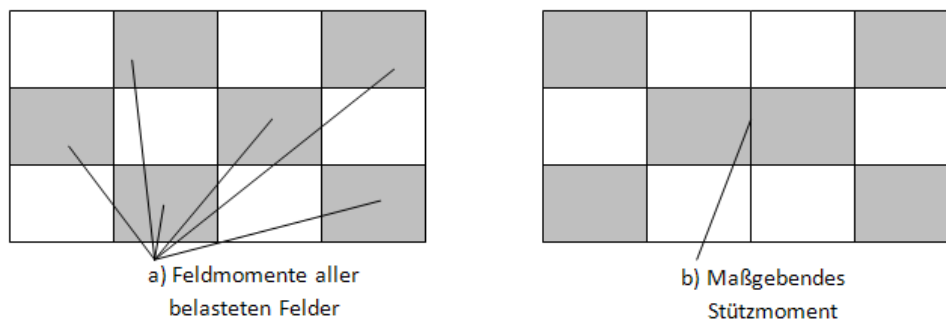


Bild 11.19: Belastungsanordnung bei durchlaufenden Platten

Im Hinblick auf Kapitel 11.2.4. sollen in diesem Kapitel kurz Näherungsverfahren angesprochen werden, die halbwegs einfach und schnell „per Hand“ zu handhaben sind und genügend genaue Ergebnisse liefern. Beide vorgestellten Verfahren beruhen darauf, dass nicht das Gesamtsystem, sondern lediglich Vergleichseinfeldplatten berechnet werden.

a) Lastumordnungsverfahren

Das Verfahren ist anwendbar, wenn die durchlaufenden Platten ein Stützweitenverhältnis von

$$\min l_x / \max l_x \leq 0,75 \quad \text{bzw.} \quad \min l_y / \max l_y \leq 0,75$$

in jeder Durchlaufrichtung aufweisen. Die maßgebenden Momente eines Plattenfeldes werden stellvertretend an einer **Vergleichseinfeldplatte** ermittelt. Zur Berechnung der **Stützmomente** wird eine Vergleichsplatte angenommen, bei der die zwischen Nachbarfeldern liegenden Ränder als voll eingespannt betrachtet werden. Die Einspannmomente dieser Vergleichsplatte unter Volllast ($g_d + q_d$) dürfen näherungsweise als die Stützmomente der durchlaufenden Platte angesetzt werden. Als Bemessungswert gilt das Mittel der so berechneten Stützmomente für die beiden am betreffenden Plattenrand aneinanderstoßenden Platten (vgl. Bild 11.20).

Die größten und die kleinsten **Feldmomente** in beiden Richtungen können ermittelt werden, indem einmal für die Belastung des Feldes

$$f_d' = g_d + q_d/2$$

eine volle Einspannung an den zwischen Nachbarfeldern liegenden Rändern der Vergleichsplatte und zum anderen für den verbleibenden Lastanteil

$$f_d'' = q_d/2$$

eine frei drehbare Lagerung an allen Rändern angenommen wird. Die größten Feldmomente werden aus der Addition der den beiden Lastanteilen zugeordneten Momente gewonnen,

$$f_d' + f_d'' = g_d + q_d/2 + q_d/2 = g_d + q_d$$

die kleinsten Feldmomente aus der Subtraktion der Momente der beiden Lastanteile.

$$f_d' - f_d'' = g_d + q_d/2 - q_d/2 = g_d$$

Die Momentenzahlen – abhängig von der jeweiligen Stützungsart, dem Verhältnis $\varepsilon = l_y/l_x$ und dem betrachteten Plattenpunkt – können z.B. aus den Tabellen von Czerny entnommen werden.

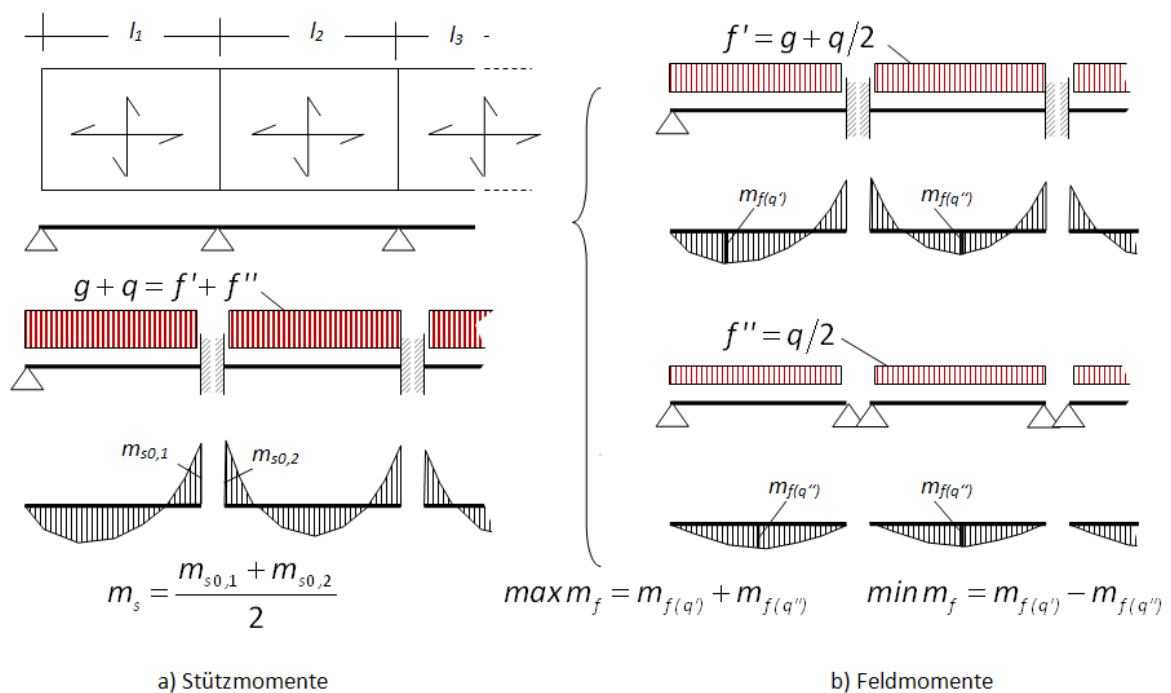


Bild 11.20: Lastumordnungsverfahren

b) Verfahren nach PIEPER/MARTENS

Das Verfahren von *Pieper/Martens* zur Berechnung der Momente durchlaufender, vierseitig gestützter Platten unter Gleichlast geht von einem Einspanngrad von $\delta = 0,5$ aus. Die Anwendung des Verfahrens ist begrenzt auf

$$q_d \leq 2/3 \cdot (g_d + q_d) \quad \text{bzw.} \quad q_d \leq 2 \cdot g_d$$

Als Bemessungsmoment im Feld wird das Mittel aus dem **Feldmoment** bei frei drehbarer Lagerung aller Ränder und dem Feldmoment bei Volleinspannung der an den Nachbarfeldern liegenden Ränder verwendet.

Um nicht zwei Momentenzahlen aus verschiedenen Tafeln ablesen zu müssen, haben *Pieper/Martens* eine Tafel erarbeitet, die von einer 50%-igen Einspannung ausgeht und sofort die Momentenzahlen für die gemittelten **Feldmomente** liefert. Hierbei wird zusätzlich unterschieden zwischen Platten mit voller Drillsteifigkeit

$$m_{Ed,x,Feld} = (g_d + q_d) \cdot l_x^2 / f_x \quad \text{bzw.} \quad m_{Ed,y,Feld} = (g_d + q_d) \cdot l_x^2 / f_y$$

und Platten ohne volle Drillsteifigkeit

$$m_{Ed,x,Feld} = (g_d + q_d) \cdot l_x^2 / f_{x0} \quad \text{bzw.} \quad m_{Ed,y,Feld} = (g_d + q_d) \cdot l_x^2 / f_{y0}$$

Die Momentenbeiwerte f_x und f_y für die gemittelten Feldmomente $m_{Ed,x}$ und $m_{Ed,y}$ können in Abhängigkeit von den verschiedenen Stützungsarten der nachfolgenden Tafel entnommen werden.

Bei der Ermittlung der **Stützmomente** wird zwischen Stützungen unterschieden, bei denen das Verhältnis der anschließenden Stützweiten $l_1/l_2 < 5$ und $l_1/l_2 > 5$ ist. Die Bemessungsmomente am eingespannten Rand ergeben sich wie folgt:

$$l_1/l_2 < 5: m_{Ed,Stütze} = 0,5 \cdot (m_{Ed,s01} + m_{Ed,s02}) \geq 0,75 \cdot \max \{ |m_{Ed,s01}| ; |m_{Ed,s02}| \}$$

$$l_1/l_2 > 5: m_{Ed,Stütze} = \max \{ |m_{Ed,s01}| ; |m_{Ed,s02}| \}$$

mit Volleinspannmomenten infolge Gleichlast auf Feld 1 bzw. Feld 2

$$m_{Ed,s01} = (g_d + q_d) \cdot l_{x1}^2 / s \quad \text{bzw.} \quad m_{Ed,s02} = (g_d + q_d) \cdot l_{x2}^2 / s$$

$$\max \{ |m_{Ed,s01}| ; |m_{Ed,s02}| \} = \max. \text{ Stützmoment am betrachteten Rand}$$

s = jeweiliger Momentenbeiwert zur Ermittlung der Volleinspannmomente

Kragmomente und Einspannmomente in sehr biegesteifen Bauteilen sind für die volle Größe zu bemessen. Ränder mit anschließender Kragplatte können nur dann als eingespannt betrachtet werden, wenn das Kragmoment infolge Eigengewicht gleich oder größer ist als das halbe Volleinspannmoment vom anschließenden Feld bei Belastung durch $(g_d + q_d)$.

Das Verfahren muss modifiziert werden, wenn besondere Stützweitenverhältnisse vorliegen. Wenn zwei kurze Felder auf ein langes folgen, so wird das Stützmoment zwischen den beiden kurzen Feldern oftmals positiv; d.h. die Feldmomente der kurzen Felder und letztlich auch das Stützmoment zwischen den beiden kurzen Feldern werden mit den Tafelwerte unzutreffend ermittelt. Für diesen Sonderfall werden in den Bautabellen ausführliche Diagramme angegeben.

Alle Näherungsverfahren liefern Schnittgrößen an ausgewählten Stellen (extreme Feld- und Stützmomente). Die Verteilung der Momente über das gesamte Feld (Momentenverläufe in beiden Richtungen) kann den *Czerny*-Tafeln entnommen werden (vgl. Bild 11.18; Beispiel für allseits gelenkige Platte mit dem Seitenverhältnis von $l_{max}/l_{min} = 1,5$). Die darin enthaltenen Grafiken können als Grundlage für eine Bewehrungsführung herangezogen werden.

Die **Auflagerkräfte** und **maßgebende Querkräfte** können näherungsweise dem Bild 11.22 entnommen werden. Für den Zerlegungswinkel gilt in Ecken mit zwei gleichartigen Stützungen 45° . Bei Ecken mit einem eingespannten und einem frei drehbar gelagerten Plattenrand beträgt dieser Winkel 60° zum eingespannten Rand hin. Bei teilweiser Einspannung darf zwischen 45° und 60° variiert werden.

In Bild 11.23 sind **Eckabhebkräfte** angegeben, die durch Auflasten oder Rückverankerungen gegen Abheben gesichert werden müssen.

Vierseitig gestützte Platten - Berechnung nach Pieper / Martens

Bedingungen für die Anwendung: $q \leq 2 \cdot (g + q) / 3$; $q \leq 2 \cdot g$

• **Feldmomente** (Sonderfälle s. S. 5.51)

Fall 1: Platten mit voller Drilltragfähigkeit

$$m_{fx} = (g+q) \cdot l_x^2 / f_x \quad m_{fy} = (g+q) \cdot l_x^2 / f_y$$

Fall 2: Platten ohne volle Drilltragfähigkeit

$$m_{fx} = (g+q) \cdot l_x^2 / f_x^0 \quad m_{fy} = (g+q) \cdot l_x^2 / f_y^0$$

• **Stützmomente**

$$m_{s0,x} = -(g+q) \cdot l_x^2 / s_x \quad m_{s0,y} = -(g+q) \cdot l_x^2 / s_y$$

Bei unterschiedlichen Einspannmomenten von zusammenstoßenden Plattenrändern werden die Momente m_{s0} wie folgt gemittelt (Kragmomente und Einspannmomente in sehr steife Bauteile sind *nicht* zu mitteln):

$$\text{Stützweitenverhältnis } l_1 : l_2 < 5 : 1 \rightarrow m_s \geq \begin{cases} |0,5 \cdot (m_{s0,1} + m_{s0,2})| \\ 0,75 \cdot \max(|m_{s0,1}|; |m_{s0,2}|) \end{cases}$$

$$\text{Stützweitenverhältnis } l_1 : l_2 > 5 : 1 \rightarrow m_s \geq \max(|m_{s0,1}|; |m_{s0,2}|)$$

Die so gemittelten Stützmomente gelten unmittelbar als Bemessungswerte (s. a. DAfStb-H.240, [5.15]).

Stützungsart	Beiwert	Stützweitenverhältnis l_y / l_x bzw. l'_y / l'_x (l_x bzw. $l'_x = l_{\min}$)											
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	$\rightarrow \infty$
	f_x	27,2	22,4	19,1	16,8	15,0	13,7	12,7	11,9	11,3	10,8	10,4	8,0
	f_y	27,2	27,9	29,1	30,9	32,8	34,7	36,1	37,3	38,5	39,4	40,3	*
	f_x^0	20,0	16,6	14,5	13,0	11,9	11,1	10,6	10,2	9,8	9,5	9,3	8,0
	f_y^0	20,0	20,7	22,1	24,0	26,2	28,3	30,2	31,9	33,4	34,7	35,9	*
	f_x	32,8	26,3	22,0	18,9	16,7	15,0	13,7	12,8	12,0	11,4	10,9	8,0
	f_y	29,1	29,2	29,8	30,6	31,8	33,5	34,8	36,1	37,3	38,4	39,5	*
	s_y	11,9	10,9	10,1	9,6	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,3	8,2	8,0
	f_x^0	26,4	21,4	18,2	15,9	14,3	13,0	12,1	11,5	10,9	10,4	10,1	8,0
	f_x	29,1	24,6	21,5	19,2	17,5	16,2	15,2	14,4	13,8	13,3	12,9	10,2
	f_y	32,8	34,5	36,8	38,8	40,9	42,7	44,1	45,3	46,5	47,2	47,9	*
	s_x	11,9	10,9	10,2	9,7	9,3	9,0	8,8	8,6	8,4	8,3	8,3	8,0
	f_x^0	22,4	19,2	17,2	15,7	14,7	13,9	13,2	12,7	12,3	12,0	11,8	10,2
	f_x	38,0	30,2	24,8	21,1	18,4	16,4	14,8	13,6	12,7	12,0	11,4	8,0
	f_y	30,6	30,2	30,3	31,0	32,2	33,8	35,9	38,3	41,1	44,9	46,3	*
	s_y	14,3	12,7	11,5	10,7	10,0	9,5	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,0
	f_x^0	30,6	26,3	23,2	20,9	19,2	17,9	16,9	16,1	15,4	14,9	14,5	12,0
	f_x	38,0	39,5	41,4	43,5	45,6	47,6	49,1	50,3	51,3	52,1	52,9	*
	s_x	14,3	13,5	13,0	12,6	12,3	12,2	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
	f_x^0	26,7	22,1	19,2	17,2	15,7	14,6	13,8	13,2	12,7	12,3	12,0	10,2
	f_y^0	26,7	27,6	29,2	31,4	33,8	36,2	38,1	39,8	41,4	42,8	44,2	*
	f_x	33,2	27,3	23,3	20,6	18,5	16,9	15,8	14,9	14,2	13,6	13,1	10,2
	f_y	33,2	34,1	35,5	37,7	39,9	41,9	43,5	44,9	46,2	47,2	48,3	*
	s_x	14,3	12,7	11,5	10,7	10,0	9,6	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,0
	s_y	14,3	13,6	13,1	12,8	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	11,2
	f_x^0	26,7	22,1	19,2	17,2	15,7	14,6	13,8	13,2	12,7	12,3	12,0	10,2
	f_y^0	26,7	27,6	29,2	31,4	33,8	36,2	38,1	39,8	41,4	42,8	44,2	*
	f_x	33,6	28,2	24,4	21,8	19,8	18,3	17,2	16,3	15,6	15,0	14,6	12,0
	f_y	37,3	38,7	40,4	42,7	45,1	47,5	49,5	51,4	53,3	55,1	58,9	*
	s_x	16,2	14,8	13,9	13,2	12,7	12,5	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0
	s_y	18,3	17,7	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
	f_x^0	37,3	30,3	25,3	22,0	19,5	17,7	16,4	15,4	14,6	13,9	13,4	10,2
	f_y	33,6	34,1	35,1	37,3	39,8	43,1	46,6	52,3	55,5	60,5	66,1	*
	s_x	18,3	15,4	13,5	12,2	11,2	10,6	10,1	9,7	9,4	9,0	8,9	8,0
	s_y	16,2	14,8	13,9	13,3	13,0	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	11,2
	f_x	36,8	30,2	25,7	22,7	20,4	18,7	17,5	16,5	15,7	15,1	14,7	12,0
	f_y	36,8	38,1	40,4	43,5	47,1	50,6	52,8	54,5	56,1	57,3	58,3	*
	s_x	19,4	17,1	15,5	14,5	13,7	13,2	12,8	12,5	12,3	12,1	12,0	12,0
	s_y	19,4	18,4	17,9	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5

Den Tafelwerten liegt für die Feldmomente eine 50%ige, für die Stützmomente eine volle Einspannung zugrunde.

Bild 11.21: Momententafeln nach Pieper/Martens

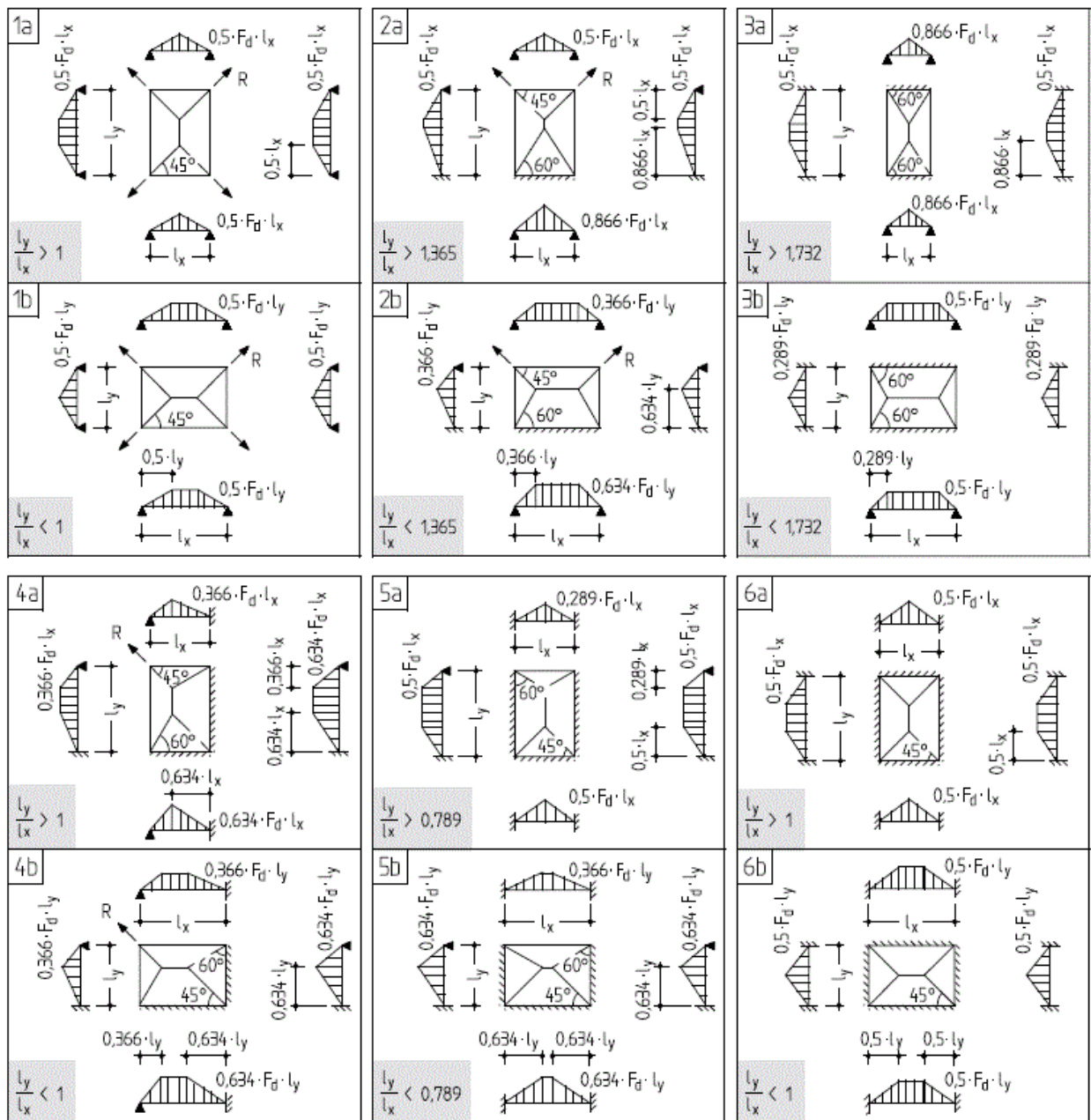


Bild 11.22: Auflagerkräfte bei vierseitig gelagerten Platten

$$R = F_d \cdot l_x^2 / \kappa \quad (\kappa \text{ nach Tafel})$$

$\varepsilon = l_y / l_x$	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
Stützung											
1	10,8	9,85	9,20	8,75	8,40	8,15	7,95	7,80	7,70	7,65	7,55
2.1	13,1	11,6	10,5	9,70	9,10	8,70	8,40	8,10	7,90	7,80	7,70
2.2	13,1	12,4	12,0	11,7	11,5	11,4	11,3	11,2	11,2	11,2	11,2
4	13,9	13,0	12,4	12,0	11,7	11,5	11,4	11,3	11,2	11,2	11,2

Bild 11.23: Eckabhebekräfte bei vierseitig gelagerten Platten bei Gleichflächenlast F_d

11.2.3 Schnittgrößenermittlung mit Hilfe numerischer Verfahren

Durch den weitverbreiteten Einsatz von **EDV-gestützten Verfahren** zur Tragwerksberechnung werden die Schnittgrößen zweiachsig gespannter Platten wegen des komplizierten Tragverhaltens kaum noch mit Hilfe von Tabellenwerken per Handrechnung ermittelt. Die numerischen Rechenverfahren – hier hat sich im besonderen Maße die **Finite-Element-Methode (FEM)** bewährt – sind mittlerweile so ausgereift, dass der Anwender im alltäglichen Gebrauch schnell und sicher zu verwertbaren Ergebnissen gelangt.

Gute Rechenprogramme zeichnen sich dadurch aus, dass die Eingabedaten bezüglich Geometrie, Material, Auflagerbedingungen, Einwirkungen etc. grafisch aufbereitet und somit sofort am Bildschirm kontrolliert werden können. Die Ergebnisse der numerischen Berechnung werden ebenfalls grafisch so aufbereitet, dass der Anwender wesentliche Schnittgrößen, Verformungen oder maßgebende Lastkombinationen sicher erkennen kann.

Im Bereich des Stahlbetonbaus stehen heute Programme für den praktischen Einsatz bereit, die über die Berechnung von Schnittgrößen hinausgehen und normgerecht und in Abhängigkeit von maßgebenden Lastkombinationen und Lastfällen die erforderlichen Bewehrungsmengen in den unterschiedlichen Richtungen ermitteln und grafisch anschaulich aufzeigen.

Die ausgefeilte Programmtechnik und die ansprechende grafische Präsentation der Ergebnisse sollte den Anwender allerdings nicht davon abhalten, die Ergebnisse kritisch zu prüfen. Er muss sich vor allem darüber Klarheit verschaffen, auf welchen theoretischen Grundlagen das jeweilige Rechenprogramm aufbaut, welche Grenzen und Anwendungsmöglichkeiten es besitzt. Stellvertretend für diese Problematik soll auf drei Punkte näher eingegangen werden.

- Elastizitätstheorie

Auch bei der Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen setzen die numerischen Rechenverfahren in der Regel ein linear-elastisches Materialverhalten voraus. (konstanter E-Modul für Druck und Zug, nur Zustand I) Die ausgegebenen Verformungen sind deshalb immer zu klein. Die Ergebnisse einer solchen Rechnung sind wegen der schwer abschätzbaren Einflüsse aus Rissbildung, Bewehrungsrichtung, Hauptmomentenrichtung oder Auflagerbedingungen nur als Näherung für die wirklichen Schnittgrößen aufzufassen.

Im EC2, 5.4 sind ausdrücklich Verfahren zulässig, die auf der Elastizitätstheorie beruhen und Querschnittswerte nach Zustand I verwenden. Die Querdehnzahl ist mit $\nu = 0,2$ anzunehmen. Es wird aber auch vereinfachend zugelassen, mit einem Wert $\nu = 0$ zu rechnen, um bestehende Tabellenwerke für Handrechnungen nutzen zu können. Die Reduzierung der Querkontraktion trägt ebenso der Rissbildung Rechnung.

- Drilltragfähigkeit

Die Schnittgrößenberechnung mit Hilfe der Elastizitätstheorie geht von einer ungeschwächten Drilltragfähigkeit der Platte aus, was bei Stahlbetonplatten nicht immer der Fall ist. Die Tragfähigkeit wird herabgesetzt, wenn zum Beispiel

- die Ecken nicht gegen Abheben gesichert sind;
- bei Ecken, an denen zwei drehbar gelagerte Ränder bzw. ein frei aufliegender und ein eingespannter Rand zusammenstoßen, keine Eckbewehrung eingelegt wird;
- Aussparungen in den Ecken vorhanden sind, die die Drillsteifigkeit wesentlich beeinträchtigen.

Es kann eine ausreichende Sicherung gegen Abheben der Ecken angenommen werden, wenn mindestens eine der an der Ecke anschließenden Seiten der Platte mit der Unterstützung oder mit der benachbarten Platte biegesteif verbunden ist oder eine ausreichende, dauernd vorhandene Auflast in der Ecke mit mindestens 1/16, der auf die Gesamtplatte entfallenden Last vorhanden ist.

Auf eine Eckbewehrung sollte nur bei geringer statischer Ausnutzung der Platte verzichtet werden, um im Gebrauchszustand die Rissbreite in den Eckbereichen der Platte klein zu halten.

Ist also die Drillsteifigkeit infolge der oben genannten Fälle herabgesetzt und kann dieser Einfluss beim gewählten Berechnungsverfahren nicht anderweitig berücksichtigt werden, so sind die Feldmomente zu erhöhen, um die erforderliche Bruchsicherheit zu gewährleisten.

Beiwerte zur Erhöhung der Feldmomente für die Querdehnzahl $\mu = 0$

Stützung		Beiwerte für $\varepsilon = l_y/l_x$							
		1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	∞
1	$\delta_1 = \delta_2$	1,35	1,32	1,26	1,20	1,15	1,12	1,09	1,00
2.1	δ_1	1,25	1,19	1,14	1,10	1,08	1,06	1,03	1,00
	δ_2	1,20	1,13	1,10	1,07	1,06	1,05	1,02	1,00
2.2	δ_1	1,20	1,26	1,29	1,29	1,27	1,23	1,15	1,00
	δ_2	1,25	1,29	1,28	1,25	1,20	1,17	1,11	1,00
4	$\delta_1 = \delta_2$	1,15	1,14	1,12	1,10	1,08	1,06	1,04	1,00

Zwischenwerte für andere ε -Werte dürfen geradlinig interpoliert werden

Bild 11.24: Beiwerte zur Erhöhung der Feldmomente

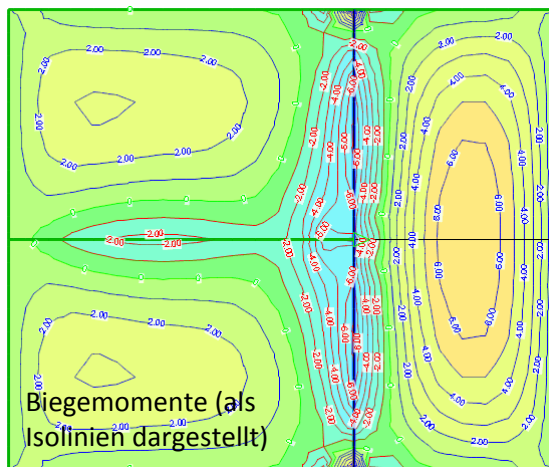
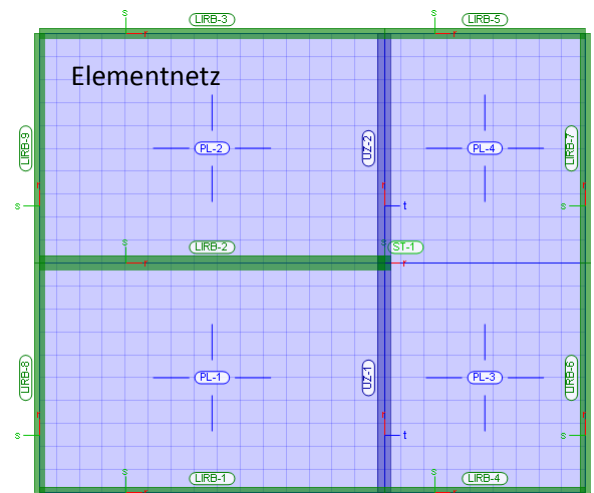
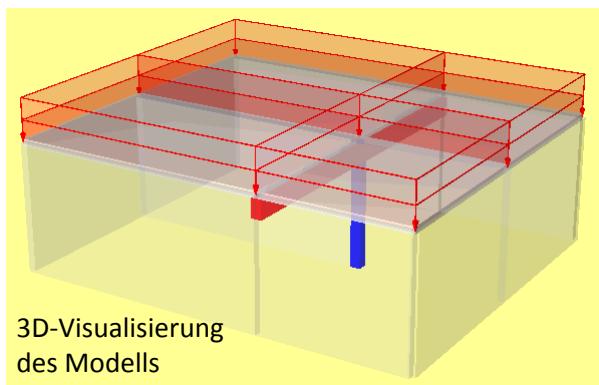
Die vorstehende Tafel gibt Faktoren zur Erhöhung der Feldmomente bei gleichmäßig belasteten, vierseitig gestützten Platten an. Die Faktoren sind Näherungswerte und berücksichtigen nur eine Abminderung der Drilltragfähigkeit. Eine Abminderung der Feldmomente ist nur bei den Platten erforderlich, bei denen zwei frei drehbar gelagerte Ränder zusammenstoßen.

- Finite-Element-Methode (FEM)

Auch die Berechnung nach der Finite-Element-Methode ist eine Näherungsrechnung. Die Ergebnisse werden umso genauer, je dichter das Elementnetz und je höher die Ordnung der Ansatzfunktion, die den Verlauf bestimmter Zustandsgrößen (Weg- oder/und Kraftgrößen) innerhalb eines Elementes beschreiben, ist.

In den Bereichen einer Platte, in denen eine starke Änderung der Zustandsgrößen zu erwarten ist wie z.B. bei einspringenden Ecken, über Stützungen, bei Deckenaussparungen, bei konzentrierten Lasten, empfiehlt es sich, das Elementnetz zu verdichten. In den genannten Bereichen kommt es numerisch bedingt häufig zu Singularitäten, die nichts mit wirklichen Zustandsgrößen gemein haben. Hier entsteht ein Problem der Bemessung solcher Bereiche.

Gerade bei den schiefwinkligen Plattenelementen kann der Verlauf der Querkräfte – aus Differentiation der Momente gewonnen – nur unzureichend beschrieben werden. Damit entstehen Probleme bei der Schubbemessung von Platten (Durchstanznachweis).



Auflagerreaktionen an den gelagerten Elementknoten

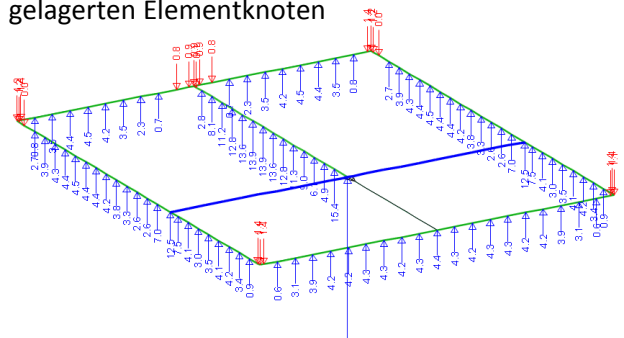


Bild 11.25: Modellierung und Ergebnisdarstellung (Auswahl) bei Einsatz der FE-Methode

11.3 Bewehrung bei Platten

11.3.1 Längsbewehrung

Bei Platten darf die Feldbewehrung nach der Zugkraftdeckungsline abgestuft werden. Die reduzierte Bewehrung ist beim Nachweis der Querkraftbeanspruchung zu berücksichtigen. Es ist mindestens 50% der Feldbewehrung bis zum Auflager durchzuführen und dort zu verankern. Wenn keine Querkraftbewehrung erforderlich ist, darf das Versatzmaß $a_l = d$ gesetzt werden. Eine teilweise rechnerisch nicht berücksichtigte Endeinspannung sollte mindestens für 25% der maximalen Feldmomente bemessen werden. Die Bewehrung ist auf der 0,25-fachen Feldlänge (von der Auflagervorderkante gerechnet) einzulegen.

Bei Platten ist stets eine Querbewehrung anzuordnen. Sie muss mindestens 20% der Hauptbewehrung betragen. Dieses gilt auch bei zweiachsig gespannten Platten, wenn sich rechnerisch eine geringere Bewehrung als 20% der höherbeanspruchten Richtung ergibt. Bei Betonstahlmatten muss der Stabquerschnitt für die Querbewehrung mindestens 5 mm betragen.

Am **freien ungestützten Rand** ist eine Längsbewehrung anzuordnen, die durch Querbewehrung in Form von Steckbügeln gesichert wird. Die Steckbügel sind mindestens mit einer Länge des Schenkels von dem zweifachen Wert der Bauteilhöhe auszuführen (vgl. Bild 11.26). Auf die Anordnung der Randbewehrung darf verzichtet werden bei Fundamenten und innenliegenden Platten des üblichen Hochbaus.

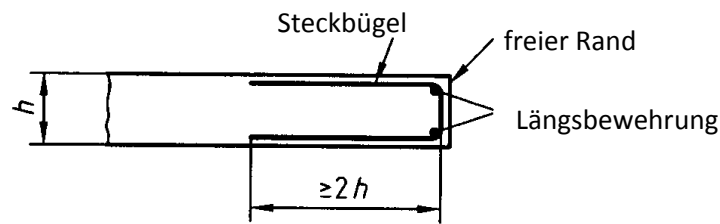


Bild 11.26: Randbewehrung bei Platten

Bei **drillsteifen Platten** ist für die Bemessung der Eckbewehrung das Drillmoment zu berücksichtigen. Die Drillbewehrung darf durch eine parallel zu den Seiten verlaufende obere und untere Netzbewehrung in den Plattenecken ersetzt werden. Die Bewehrungsmenge soll in jeder Richtung der maximalen Feldbewehrung entsprechen; es gilt:

$$a_{s,x} = \max a_{s,Feld}$$

Sie ist auf einer Breite von $0,3 \cdot \min l_{eff}$ anzuordnen. In Plattenecken, in denen ein frei drehbar gelagerter und ein eingespannter Rand zusammenstoßen, ist nur die Hälfte der sonstigen Eckbewehrung senkrecht zum freien Rand einzulegen.

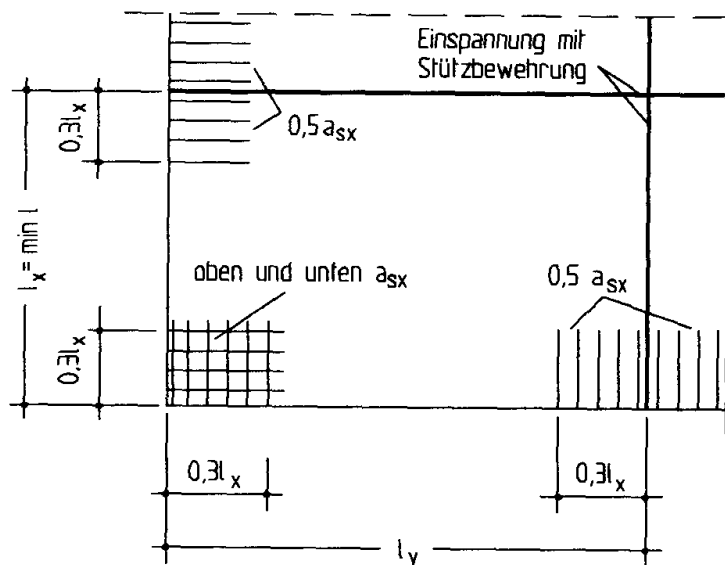


Bild 11.27: Eckbewehrung bei Platten

Bei vierseitig gelagerten Platten, die einachsig gespannt oder unter Vernachlässigung der Drillsteifigkeit gerechnet wurden, sollte zur Begrenzung der Rissbildung in den Ecken ebenfalls eine Bewehrung, in der Größenordnung wie oben, angeordnet werden. Ist die Platte biegesteif mit Randträger oder benachbarten Deckenfeldern verbunden, brauchen die zugehörigen Drillmomente nicht nachgewiesen und keine Drillbewehrung angeordnet zu werden. Bei anderen Platten, z.B. bei dreiseitig gelagerten Platten, ist ein rechnerischer Nachweis der Drillbewehrung erforderlich.

Für die **maximalen Stababstände** gilt:

- für die Zugbewehrung: $s = 250 \text{ mm}$ (für Plattendicken $h \geq 250 \text{ mm}$)
 $s = 150 \text{ mm}$ (für Plattendicken $h \leq 150 \text{ mm}$)
 Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.
- für die Querbewehrung oder die Bewehrung in der minderbeanspruchten Richtung: $s \leq 250 \text{ mm}$

Als Querbewehrung ist bei Platten mindestens 20% der Hauptbewehrung vorzusehen. Hierbei ist bei einer Mattenbewehrung mindestens der Stabdurchmesser $\varnothing \geq 5$ mm vorzusehen.

Auch für Platten ist eine **Mindestbewehrung** zur Sicherstellung des duktilen Bauteilverhaltens zu ermitteln und einzubauen. Hierzu ist das Rissmoment M_{cr} mit dem Mittelwert der Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} zu ermitteln:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_{c,1}$$

Bei Platten ergibt sich das Widerstandsmoment $W_{c,1}$ bezogen auf den Zugrand zu $W_{c,1} = h^2/6$ in m^3/m .

Die erforderliche Bewehrung lässt sich mit Hilfe des charakteristischen Wertes der Zugfestigkeit des Betonstahls ermitteln zu

$$\alpha_{s,min} = M_{cr} / (z^{II} \cdot f_{yk}) \quad [cm^2/m]$$

Der Hebelarm der inneren Kräfte nach Rissbildung, also im Zustand II, lässt sich vereinfacht berücksichtigen in der Form

$$z^{II} = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot (h - d_1) [m].$$

Somit erhält man

$$\alpha_{s,min} = \frac{M_{cr}}{z^{II} \cdot f_{yk}} = \frac{f_{ctm} \cdot W_{c,1}}{z^{II} \cdot f_{yk}} = \frac{f_{ctm} \cdot h^2}{5,4 \cdot d \cdot f_{yk}}$$

11.3.1 Querkraftbewehrung

Üblicherweise wird durch Wahl einer ausreichenden Plattendicke oder Betongüte angestrebt, Platten ohne Querkraftbewehrung auszuführen. Andernfalls sind Konstruktionsregeln gemäß EC2, 9.3.2 einzuhalten; und zwar:

Die **Mindestdicke** h_{min} einer Ortbetonplatte mit Querkraftbewehrung beträgt:

- bei aufgebogener Querkraftbewehrung: $h_{min} = 160$ mm
- bei Querkraftbewehrung aus Bügeln oder Durchstanzbewehrung: $h_{min} = 200$ mm

Für die bauliche Durchbildung der **Querkraftbewehrung** (Mindestbewehrung, Definition des Bewehrungsgrades) gelten die Regeln für stabförmige Bauteile, allerdings mit **folgenden Modifikationen**, die im Bild 11.28 grafisch umgesetzt worden sind:

- bei $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ mit $b/h > 5$ ist keine Mindestbewehrung für Querkraft erforderlich; Bauteile mit $b/h < 4$ sind als Balken zu behandeln.
- im Bereich $5 \geq b/h \geq 4$ ist eine Mindestquerkraftbewehrung erforderlich, die bei $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ zwischen dem nullfachen und dem einfachen Wert, bei $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ zwischen dem 0,6-fachen und dem einfachen Wert der erforderlichen Mindestbewehrung von Balken interpoliert werden darf.
- bei $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ mit $b/h > 5$ ist der 0,6-fache Wert der Mindestquerkraftbewehrung von Balken erforderlich.

Bei Platten mit $|V_{Ed}| \leq 1/3 \cdot V_{Rd,max}$ darf die Querkraftbewehrung vollständig aus aufgebogenen Stäben oder Querkraftzulagen bestehen.

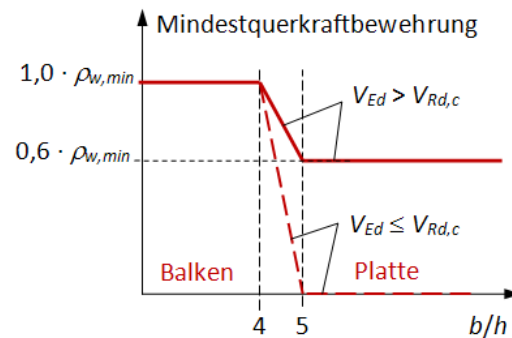


Bild 11.28: Mindestquerkraftbewehrung in Abhängigkeit von b/h

Der **maximale Längsabstand** von Bügelreihen ist:

- für $V_{Ed} \leq 0,3 \cdot V_{Rd,max}$: $s_{max} = 0,70 \cdot h$
- für $0,3 \cdot V_{Rd,max} < V_{Ed} \leq 0,6 \cdot V_{Rd,max}$: $s_{max} = 0,50 \cdot h$
- für $V_{Ed} > 0,6 \cdot V_{Rd,max}$: $s_{max} = 0,25 \cdot h$

Der **maximale Querabstand** von Bügeln darf in der Regel $s_{max} = h$ nicht überschreiten.

11.4 Besonderheiten bei Flachdecken

11.4.1 Allgemeine Hinweise zu Flachdecken

Aus einer Vielzahl von Gründen können Unterzüge, die durchlaufende kreuzweise gespannte Deckenplatten tragen, ziemlich lästig sein. Sie sind bei der Ausführung der Installationsarbeiten im Weg, vergrößern die Geschosshöhe und erhöhen den Schalungs-, Flecht- und Betonieraufwand, so dass man bei großflächigen Bauten dieses Tragglied möglichst vermeidet. Diese Betrachtungen führten zu Platten, die punktförmig auf Stützen biegesteif oder gelenkig gelagert sind. Man unterscheidet zwischen **Flachdecken** und **Pilzdecken**. Im Gegensatz zu Flachdecken, die direkt auf Stützen ohne verstärkten Stützenkopf ruhen, sind bei Pilzdecken die Stützenköpfe kegelförmig verstärkt.

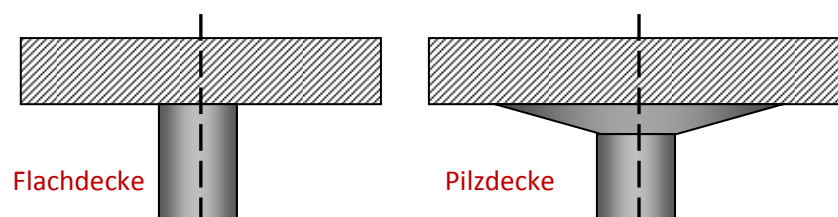


Bild 11.29: Unterschied zwischen Flach- und Pilzdecke

Pilzdecken kommen heute aber wegen der aufwendigen Schal- und Flechtarbeiten kaum noch zur Ausführung, obwohl die Verstärkung des Stützenkopfes eine Abminderung der Stützenmomente und eine günstigere Lastverteilung aus der Einleitung der konzentrierten Last am Stützenanschluss bewirkt. Die ungünstigeren Verhältnisse bei den Flachdecken werden durch die Wahl einer größeren Plattendicke ausgeglichen.

Die Durchbiegungen von punktgestützten Platten sind gegenüber linienförmig gestützten Platten bei sonst gleichen geometrischen Verhältnissen deutlich größer (z.B. 30% bei einem quadratischen Innenfeld unter Gleichlast). Die Mindestdicke solcher Platten beträgt in der Regel 200 mm.

Zur Berechnung von Flachdecken sind im Heft 240, DAfStb **Näherungsverfahren** angegeben, die sich jedoch nur auf die Angabe von Biegemomenten infolge lotrechter Belastung von Deckensystemen mit annähernd **rechtwinkligem Stützenraster** beziehen (Tragwerksmodelle mit **orthogonal** zueinander liegenden Feld- und Gurtstreifen). Da heute nahezu alle Deckensysteme DV-gestützt berechnet und bemessen werden, wird auf eine weitere Behandlung dieser Näherungsverfahren gerne verzichtet.

11.4.2 Durchstanzen und Durchstanzbewehrung

Wie bereits bei den Fundamentplatten in Kap. 10 gezeigt, muss auch bei den punktgestützten Platten die **Sicherheit gegen Durchstanzen** als Sonderfall der Querkraftbeanspruchung nachgewiesen werden. In einem Rundschnitt um die Stütze herum wird die größte Querkraftbeanspruchung ermittelt und dem Bauteilwiderstand gegenübergestellt:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \text{ [MN]} \quad \text{bzw.} \quad v_{Ed} \leq v_{Rd} \text{ [MN/m}^2\text{]} \text{ auf Schnittfläche bezogen}$$

Der Nachweis erfolgt längs festgelegter Rundschnitte, außerhalb der Rundschnitte gelten die Regelungen für Querkraft. Als geeignetes Bemessungsmodell für den Nachweis gegen Durchstanzen im Grenzzustand der Tragfähigkeit gibt der EC2 im Abschnitt 6.4 das im Bild 11.30 dargestellte Modell an.

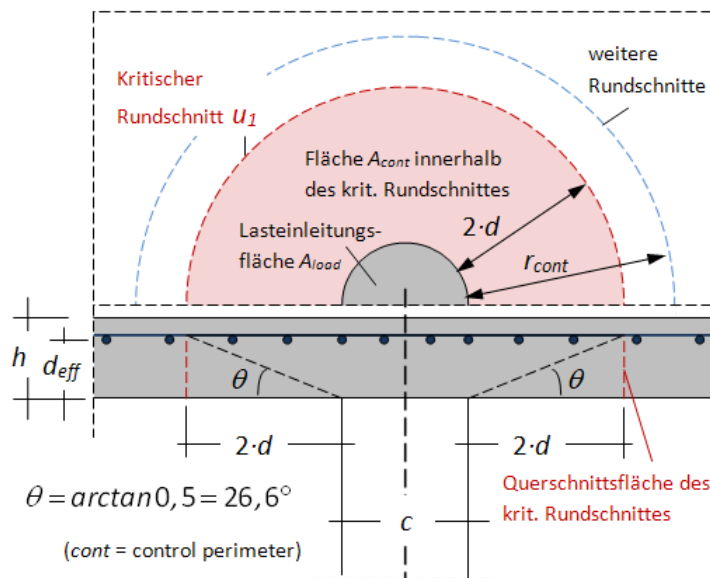


Bild 11.30: Bemessungsmodell für den Nachweis gegen Durchstanzen (bei Flachdecken)

Die Festlegungen für das Durchstanzen mit einem geschlossenen kritischen Rundschnitt gelten für folgende Formen von Lasteinleitungsflächen A_{load} :

- rechteckige oder kreisförmige Flächen mit einem Umfang von $u_0 \leq 12 \cdot d$;
 dabei ist d die mittlere statische (effektive) Nutzhöhe des nachzuweisenden Bauteils, also $d = d_{eff} = 0,5 \cdot (d_x + d_y)$ und u_0 der Umfang der Lasteinzugsfläche.
- Rechteckige Flächen mit einem Verhältnis von Länge $a/b \leq 2$.
- Flächen mit beliebiger Form, die sinngemäß wie die oben erwähnten Formen begrenzt sind.

Die **Lasteinleitungsfläche** darf dabei nicht im Bereich anderweitig verursachter Querkräfte und nicht in der Nähe von anderen konzentrierten Lasten sein, so dass sich die kritischen Rundschnitte überschneiden. Der **kritische Rundschnitt** für runde und rechteckige Lasteinleitungsflächen ist als Schnitt im Abstand von a_{crit} vom Rand der Lasteinleitungsfläche festzulegen. Der **Umfang des kritischen Rundschnitts** wird mit u_1 bezeichnet. Bei gegliederten Lasteinleitungsflächen ist zunächst die Umhüllungslinie zu entwickeln. Von dieser Linie ist dann im Abstand von a_{crit} der kritische Rundschnitt. Die **kritische Fläche** A_{crit} ist die Fläche innerhalb des kritischen Rundschnittes u_1 . Weitere Rundschnitte innerhalb und außerhalb der kritischen Fläche sind affin zum kritischen Rundschnitt anzunehmen.

Wenn die oben genannten Bedingungen bezüglich der Form der Lasteinleitungsfläche bei Auflagerung von Stützen oder Wänden mit Rechteckquerschnitt nicht erfüllt sind, dürfen nur die im Bild 10.9 (Kap. 10) dargestellten reduzierten Rundschnitte in Ansatz gebracht werden. Hierbei wird berücksichtigt, dass sich die Querkraftbeanspruchung auf die Ecken der Auflagerflächen konzentrieren.

Bei Lasteinleitungsflächen, deren Rand nicht weiter als $6 \cdot d$ von Öffnungen entfernt ist, ist ein der Öffnung zugewandter Teil des betrachteten Rundschnitts als unwirksam zu betrachten. Bild 11.31 zeigt die Konstruktion des Rundschnittes in der Nähe von Öffnungen

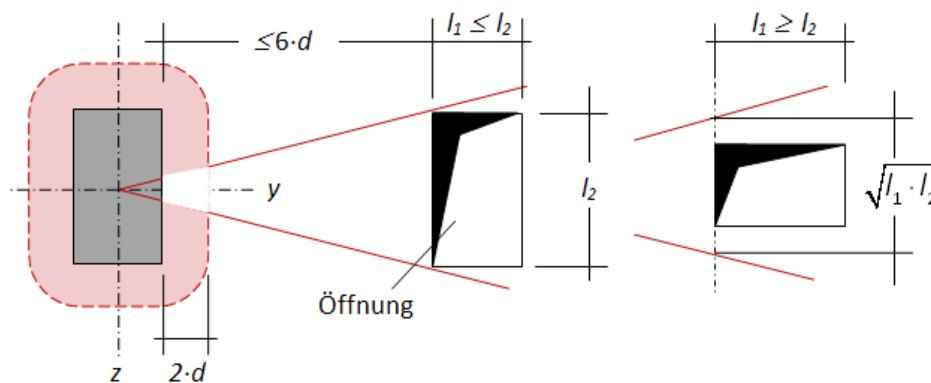


Bild 11.31: Kritische Rundschnitte in der Nähe von Öffnungen

Der Abstand des kritischen Rundschnitts für runde oder rechteckige Lasteinleitungsflächen wird in der Norm für Flachdecken grundsätzlich mit $a_{crit} = 2 \cdot d_{eff}$ angegeben. Rundschnitte in einem **Abstand kleiner als $2 \cdot d_{eff}$** sind nur dann zu berücksichtigen, wenn der konzentrierten Last (aus der Stütze) ein hoher Gegenruck (vgl. die **Sohlpressung** bei Einzelfundamenten in Kap. 10) oder die Auswirkungen einer Last oder einer Auflagerreaktion innerhalb eines Abstandes von $2,0 \cdot d_{eff}$ vom Rand der Lasteinleitungsfläche entgegensteht.

Die **einwirkende Querkraft** V_{Ed} entspricht der Kraft, die von der Platte in die Stütze eingeleitet wird und in den vorausgegangenen Kapiteln als N_{Ed} in [MN] bzw. [kN] bezeichnet wurde. Die auf die **Mantelfläche des kritischen Schnittes** bezogene Bemessungsquerkraft ($\equiv u_1$, dem Umfang von A_{crit} multipliziert mit der mittleren Nutzhöhe d_{eff}) wird ermittelt aus:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d_{eff}} \quad \text{in [MN/m}^2\text{] bzw. [N/mm}^2\text{]}$$

Der Beiwert $\beta \geq 1,1$ ist ein **Korrekturfaktor**, der die Auswirkungen von Momenten in der Lasteinleitungsfläche und damit die ungleichmäßige Verteilung der Schubspannungen in der Mantelfläche des Rundschnittes näherungsweise berücksichtigt. Typische β -Werte sind den nachfolgenden Bildern und Formeln zu entnehmen.

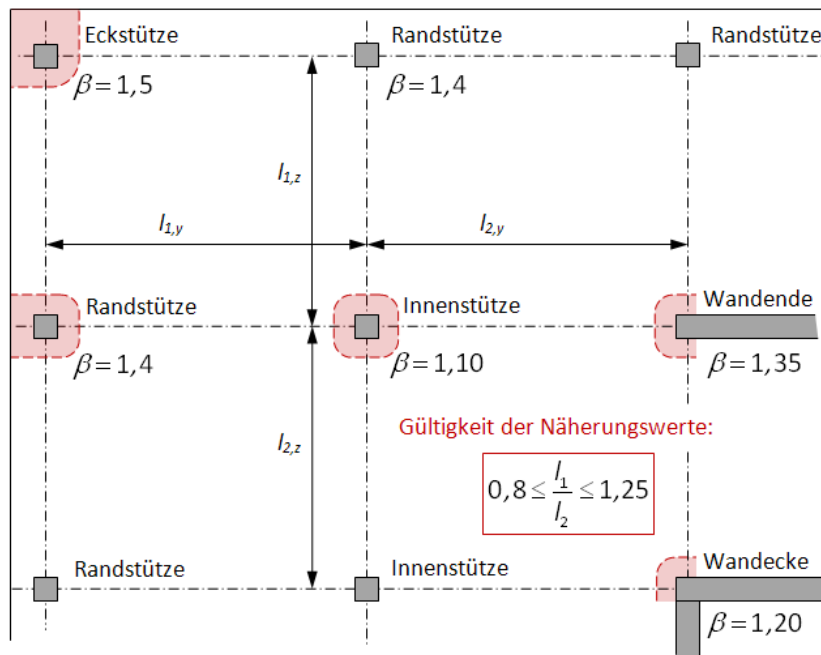


Bild 11.32: β -Werte für Innen-, Eck- und Randstützen bei ausgewogenen Spannweitenverhältnissen mit $0,80 \leq l_1/l_2 \leq 1,25$ und $0,80 \leq l_y/l_z \leq 1,25$

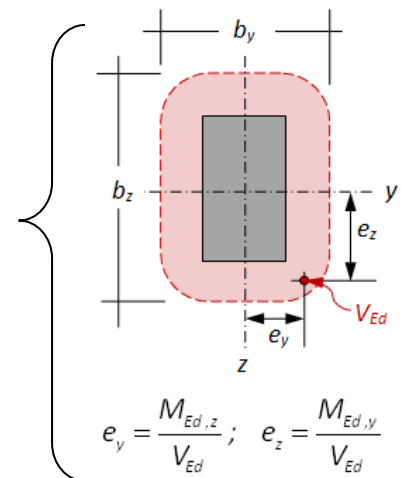
Weitere Näherungsformeln sind:

- für rechteckige Innenstützen für zweiachsige Ausmitte

$$\beta = 1 + 1,8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \geq 1,10$$

- für Innenstützen mit Kreisquerschnitt

$$\beta = 1 + 0,6 \cdot \pi \cdot \frac{M_{Ed} / V_{Ed}}{\varnothing_{\text{Rundstütze}} + 4 \cdot d} \geq 1,10$$



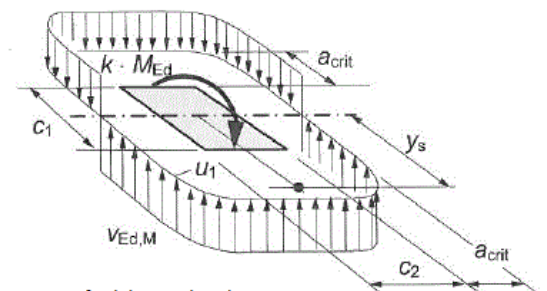
- für eine genauere Ermittlung des β -Wertes sind im EC2, 6.4.3 besondere Verfahren mit **plastischen** Schubspannungsverteilung vorgestellt worden.

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \geq 1,10$$

mit $W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$

wie z.B. W_1 für rechteckige Innenstützen (c_1 ; c_2 siehe Bild)

$$W_1 = c_1^2 / 2 + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1$$



Werte für k bei rechteckigen Lasteinleitungsflächen:

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Alternativ kann die Ermittlung von β über **Lastsektorenmodelle** erfolgen. Dazu sind mindestens drei, meist aber vier Sektoren je Quadrant vorzusehen. Für jeden dieser Sektoren wird die maximal einwirkende Querkraft je Flächeneinheit $\max v_{Ed,i}$ bestimmt und ins Verhältnis zur mittleren Querkraft $v_{Ed,m}$ gesetzt. Beispielrechnungen sind dem nachfolgenden Bild 11.33 zu entnehmen.

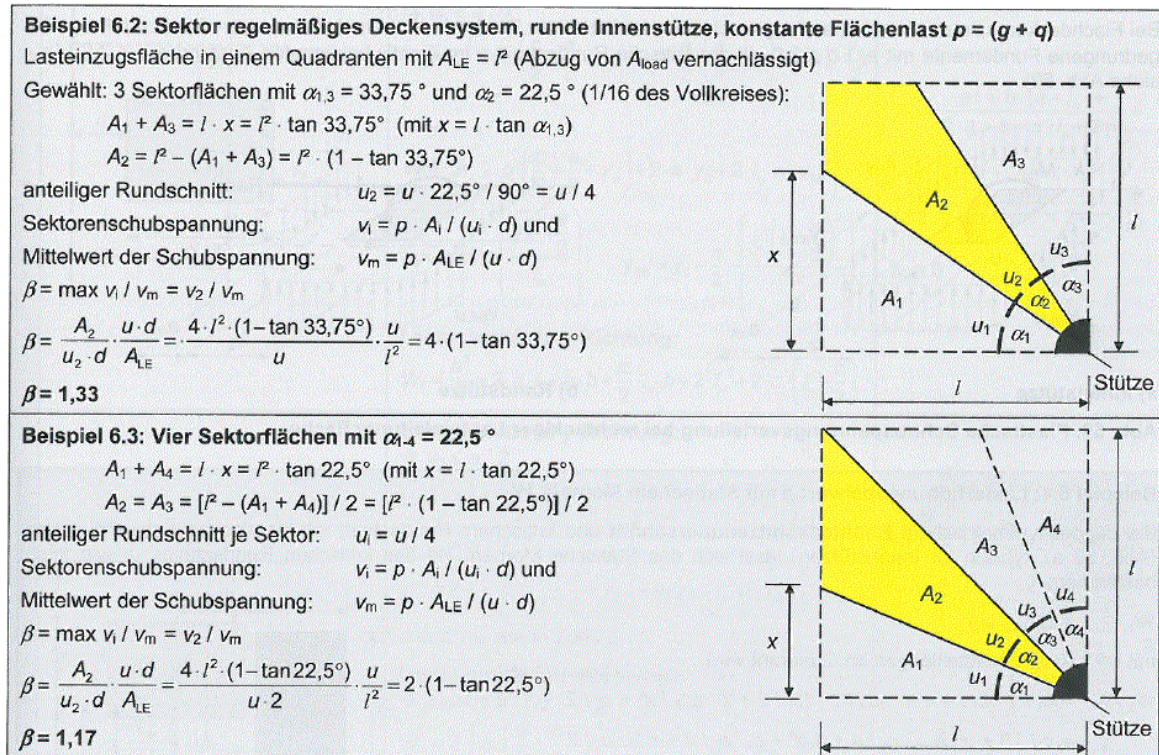


Bild 11.33: Beispiele zur Berechnung der β -Werte mit Hilfe des Lastsektormodells

Der **Bemessungswiderstand** v_{Rd} wird durch einen der folgenden Werte ermittelt:

- $v_{Rd,c}$ - Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit in der Mantelfläche des kritischen Schnittes **ohne Durchstanzbewehrung**; d.h. ohne Bügel oder andere Querkraftbewehrung: Bei dicken Platten, erst recht bei dicken Fundamentplatten ist der Querkrafttragwiderstand bereits so hoch, dass keine weiteren Bemessungsschritte zur Ermittlung einer Durchstanzbewehrung in Form von Bügeln oder anderer Querkraftbewehrung erforderlich sind. Es muss nachgewiesen werden, dass $v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$ ist.
- $v_{Rd,max}$ - Bemessungswert der **maximalen Querkrafttragfähigkeit** in der Mantelfläche des kritischen Schnittes mit Durchstanzbewehrung: Es muss nachgewiesen werden, dass $v_{Ed} \leq v_{Rd,max}$ ist. Es sind weitere Bemessungsschritte zur Ermittlung einer Durchstanzbewehrung erforderlich.
- $v_{Rd,cs}$ - Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit **mit Durchstanzbewehrung**: Es ist in sogenannten inneren Rundschnitten $v_{Ed} \leq v_{Rd,cs}$ nachzuweisen, in dem eine ausreichende Bewehrungsmenge bestimmt wird, mit der die erforderliche Querkrafttragwiderstand sichergestellt wird.

- $V_{Rd,c,out}$ - Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit in der Mantelfläche des **äußeren Rund-schnitts** außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs:
 Kann im äußeren Rundschnitt der Nachweis $v_{Ed} \leq v_{Rd,c,out}$ erbracht werden, so kann außerhalb davon auf weitere Durchstanzbewehrung verzichtet werden. Die Platte ist nun in der Lage, die Querkraft ohne Querkraftbewehrung aufzunehmen.

Analog zu dem üblichen Querkraftnachweis bei stabförmigen Bauteilen ist die Durchstanztragfähigkeit bei Flachdecken **ohne Durchstanzbewehrung** wie folgt zu bestimmen:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} + 0,1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + 0,1 \cdot \sigma_{cp}) \quad [\text{MN/m}^2] \text{ bzw. } [\text{N/mm}^2]$$

Die darin enthaltenen Parameter sind:

$C_{Rd,c}$ = Vorwert gemäß Bild 11.34

$k = 1 + (200/d_{eff})^{0,5} \leq 2,0$ mit d_{eff} in [mm]

$\rho_l = (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{0,5} \leq \min \{ 0,02; 0,5 \cdot f_{cd} / f_{yd} \}$

Längsbewehrungsgrad der verankerten Hauptbewehrung in y- und z-Richtung auf eine Streifenbreite von $c_y + 3 \cdot d_{eff}$ resp. $c_z + 3 \cdot d_{eff}$

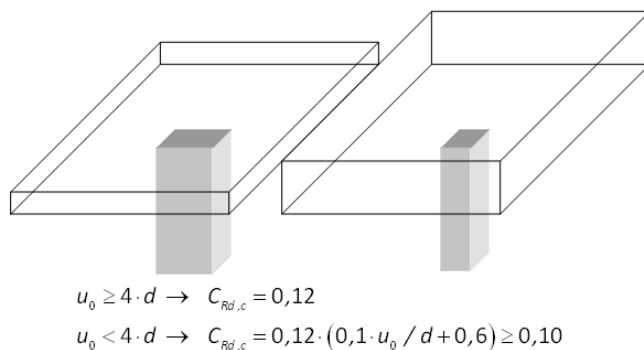
$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz}) / 2$ = jeweilige Betonnormalspannungen (Druck positiv!) in y- und z-Richtung im kritischen Querschnitt in N/mm²

Die Mindesttragfähigkeit v_{min} wird berechnet mit:

$$v_{min} = (\kappa_1 / \gamma_c) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

mit $\kappa_1 = 0,0525$ für $d_{eff} \leq 60$ cm

$\kappa_1 = 0,0375$ für $d_{eff} \geq 80$ cm (Zwischenwerte interpolieren)



Die dargestellten Werte gelten für die **ständige und vorübergehende Bemessungssituationen** ($\gamma_c = 1,5$).

Bei **außergewöhnlichen Bemessungssituationen** ($\gamma_c = 1,3$) wird der Vorwert mit $1,5/1,3 = 1,154$ vergrößert.

Bild 11.34: Variabler Vorwert $C_{Rd,c}$ in Abhängigkeit von u_0/d

Wenn der Nachweis $v_{Ed} \geq v_{Rd,c}$ nicht erfüllt werden kann, so ist eine Durchstanzbewehrung längs mehrerer Rundschnitte zu bemessen. Zusätzlich ist immer zu prüfen, ob im kritischen Rundschnitt bei u_1 der **maximale Wert der Durchstanztragfähigkeit** nicht überschritten wird:

$$v_{Ed} = v_{Ed,u1} \leq v_{Rd,max} = 1,4 \cdot v_{Rd,c,u1}$$

Die **erforderliche Durchstanzbewehrung** errechnet sich aus der folgenden Bemessungsgleichung:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd,eff} \cdot \sin \alpha}{u_1 \cdot d}$$

Die darin enthaltenen Parameter sind:

- A_{sw} = die Querschnittsfläche der Durchstanzbewehrung in einer Bewehrungsreihe um die Stütze in [mm]
- s_r = der radiale Abstand der Durchstanzbewehrungsreihen in [mm]
- $f_{ywd,eff}$ = der wirksame Bemessungswert der Streckgrenze der Durchstanzbewehrung gemäß $f_{ywd,eff} = \min \{ 250 + 0,25 \cdot d_{eff}; f_{ywd} \}$ in [N/mm²]
- d = d_{eff} ; der Mittelwert der statischen Nutzhöhe in den orthogonalen Richtungen in [mm]
- α = der Winkel zwischen Durchstanzbewehrung und der Plattenebene

Für **aufgebogene** Durchstanzbewehrung ist für das Verhältnis d/s_r in der obigen Gleichung der Wert 0,53 anzusetzen. Die aufgebogene Bewehrung darf mit $f_{ywd,eff} = f_{ywd}$ ausgenutzt werden. Löst man die obige Bemessungsgleichung nach A_{sw} auf, so erhält man für **aufgebogene** Durchstanzbewehrung:

$$A_{sw} = (v_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot \frac{d \cdot u_1}{0,8 \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}$$

Bei Flachdecken werden – wie bereits in Bilde 11.30 gezeigt – die Tragfähigkeit der Durchstanzbewehrung, der Betontraganteil $v_{Rd,c}$ und die einwirkende Querkraft $v_{Ed,i}$ grundsätzlich auf den kritischen Umfang u_1 im Abstand $a_{crit} = 2 \cdot d$ bezogen. Die hier berechnete Durchstanzbewehrung ist in jeder rechnerische erforderlichen Bewehrungsreihe einzulegen, wobei jedoch die Bewehrungsmenge in den ersten beiden Reihen neben Aload mit einem **Anpassungsfaktor** $\kappa_{sw,i}$ zu vergrößern ist.

- erste Reihe (mit $0,3 \cdot d \leq s_0 \leq 0,5 \cdot d$): $\kappa_{sw,1} = 2,5$
- zweite Reihe (mit $s_r \leq 0,75 \cdot d$): $\kappa_{sw,2} = 1,4$
- alle weiteren Reihen (mit $s_r \leq 0,75 \cdot d$): $\kappa_{sw,3+} = 1,0$

Werden also lotrechte Bügel als Durchstanzbewehrung ($\alpha = 90^\circ$) gewählt, so führt die Umstellung der obigen Bemessungsgleichung bei Auflösung nach A_{sw} zu folgender Bestimmungsgleichung für die erforderliche **Bügelbewehrung**:

$$A_{sw,i} = \kappa_{sw,i} \cdot (v_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot \frac{s_r \cdot u_1}{1,5 \cdot f_{ywd,eff}}$$

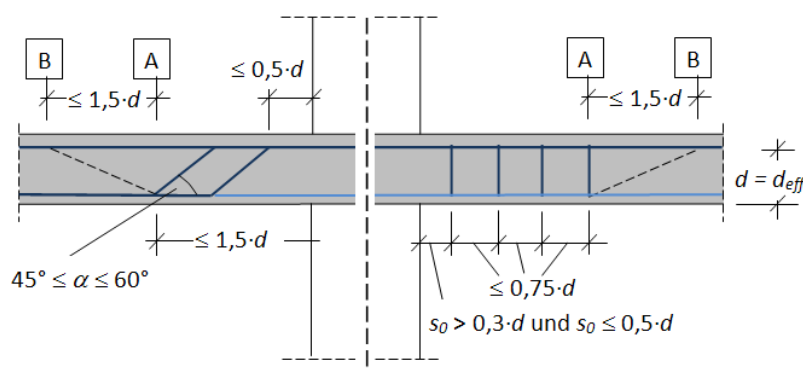


Bild 11.35: Anordnung der Durchstanzbewehrung bei Flachdecken

Der Rundschnitt u_{out} (vgl. Bild 11.35, Schnitt B) für den Durchstanzbewehrung nicht mehr erforderlich ist, kann mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$u_{out} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

Die äußerste Reihe der Durchstanzbewehrung darf in der Regel nicht weiter als $1,5 \cdot d$ von u_{out} entfernt sein. Einzulegen ist – sofern erforderlich – eine Durchstanzbewehrung zwischen der Lasteinleitungsfläche bis zum Abstand von $1,5 \cdot d$ innerhalb des (geschlossenen) Rundschnitts mit u_{out} , an dem die Querkraftbewehrung nicht mehr benötigt wird. Sie ist **mindestens in zwei konzentrischen Reihen** von Bügelschenkeln im Abstand $\leq 0,75 \cdot d$ einzulegen. Diese muss mind. 50% der Längsbewehrung in tangentialer und radialer Richtung umschließen. Innerhalb von a_{crit} soll der tangentielle Abstand der Bügelschenkeln $\leq 1,5 \cdot d$, außerhalb $\leq 2 \cdot d$ betragen.

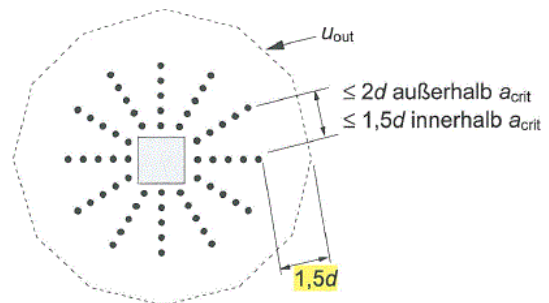
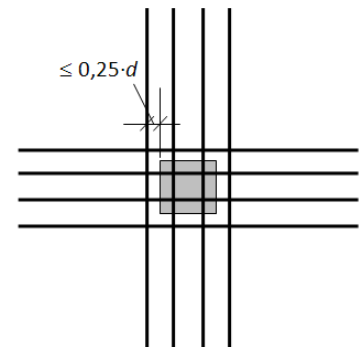


Bild 11.36: Rundschnitt u_{out} am Beispiel von Innenstützen

Bei **aufgebogenen Stäben** sind ebenfalls mindestens zwei Bewehrungsreihe als ausreichend betrachtet werden (Bild 11.35). Aufgebogene Stäbe, die die Lastezugsfläche A_{load} kreuzen oder in einem Abstand von weniger als $0,25 \cdot d$ vom Rand dieser Fläche liegen, dürfen als Durchstanzbewehrung verwendet werden (nebenstehende Skizze).



Die Stabdurchmesser einer Durchstanzbewehrung sind auf die mittlere statische Nutzhöhe $d = d_{eff}$ der Flachdecke abzustimmen:

- Bügel: $\varnothing \leq 0,05 \cdot d_{eff}$
- Schrägaufbiegungen: $\varnothing \leq 0,08 \cdot d_{eff}$

Wenn Durchstanzbewehrung notwendig wird, hat diese die **Minstdurchstanzbewehrung** zu übersteigen. Jeder Bügelschenkel muss mindestens folgende Querschnittsfläche aufweisen:

$$A_{sw,min} = A_s \cdot \sin \alpha = \frac{0,08}{1,5} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \cdot s_r \cdot s_t \quad \text{mit } f_{ck} \text{ in [N/mm}^2\text{]}$$

Dabei ist:

- α = der Winkel zwischen der Durchstanzbewehrung und der Längsbewehrung (bei vertikalen Bügeln $\alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = 1$)
- s_r = der Abstand der Bügel der Durchstanzbewehrung in radialer Richtung
- s_t = der Abstand der Bügel der Durchstanzbewehrung in tangentialer Richtung

Die **Mindestdurchstanzbewehrung** wird auf den Wirkungsbereich eines einzelnen Bügelschenkels bezogen ($s_r \cdot s_t$). Durch Umstellung auf

$$\rho_{sw,min} = \frac{A_{sw,min}}{s_r \cdot s_t} = \frac{A_s \cdot \sin \alpha}{s_r \cdot s_t} = \frac{0,08}{1,5} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

kann die Mindestdurchstanzbewehrung auch für den Umfang einer Bewehrungsreihe durch Einsatz des tangentialen Abstandes s_t durch u_i ermittelt werden. Das ist vorteilhaft, wenn man die tatsächliche Anzahl der zu wählenden Bügelschenkel in einer Bewehrungsreihe und damit s_t noch nicht kennt. Mit dem maximal zulässigen Schenkelabstand $s_t = 1,5 \cdot d$ bzw. $s_t = 2,0 \cdot d$ erhält man alternativ den größten Mindestbügeldurchmesser.

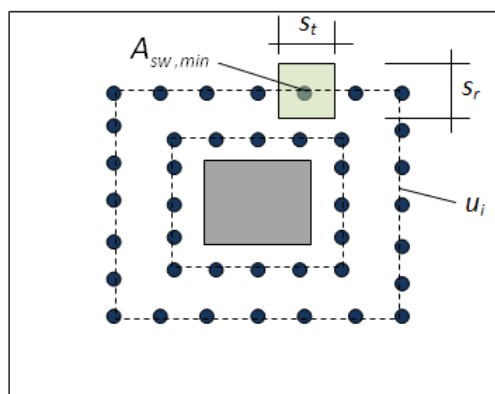


Bild 11.37: Definition der Mindestdurchstanzbewehrung

Um sicher zu stellen, dass sich die angegebenen Tragwiderstände $v_{Rd,c}$ und $v_{Rd,s}$ und $v_{Rd,max}$ auch so einstellen wie berechnet, muss die oben liegende Plattenbewehrung in y - und z -Richtung für folgende **Mindestbiegemomente** (je Längeneinheit bezogen auf die Breite des kritischen Rundschnitts) bemessen sein:

$$m_{Ed,x} \geq \eta_x \cdot V_{Ed} \quad \text{bzw.} \quad m_{Ed,y} \geq \eta_y \cdot V_{Ed}$$

Die diesbezüglichen Informationen aus dem EC2, 6.4.4 sind in der nachfolgenden Abbildung zusammengefasst dargestellt worden:

Lage der Stütze	η_z		Anzusetzende Breite	η_y		Anzusetzende Breite
	Zug an der Plattenoberseite	Zug an der Plattenunterseite		Zug an der Plattenoberseite	Zug an der Plattenunterseite	
Innenstütze	0,125	0,0	$0,3 \cdot l_y$	0,125	0,0	$0,3 \cdot l_z$
Randstütze am Rand „z“	0,25	0,0	$0,15 \cdot l_y$	0,125	0,125	(je m Plattenbreite)
Randstütze am Rand „y“	0,125	0,125	(je m Plattenbreite)	0,25	0,0	$0,15 \cdot l_z$
Eckstütze	0,5	0,5	(je m Plattenbreite)	0,5	0,5	(je m Plattenbreite)

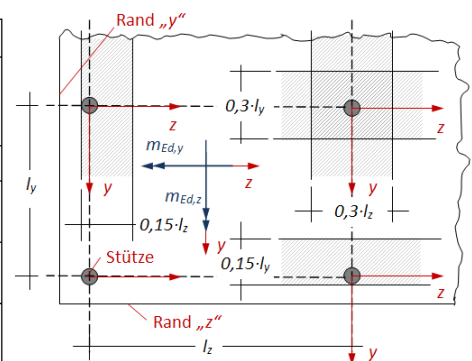


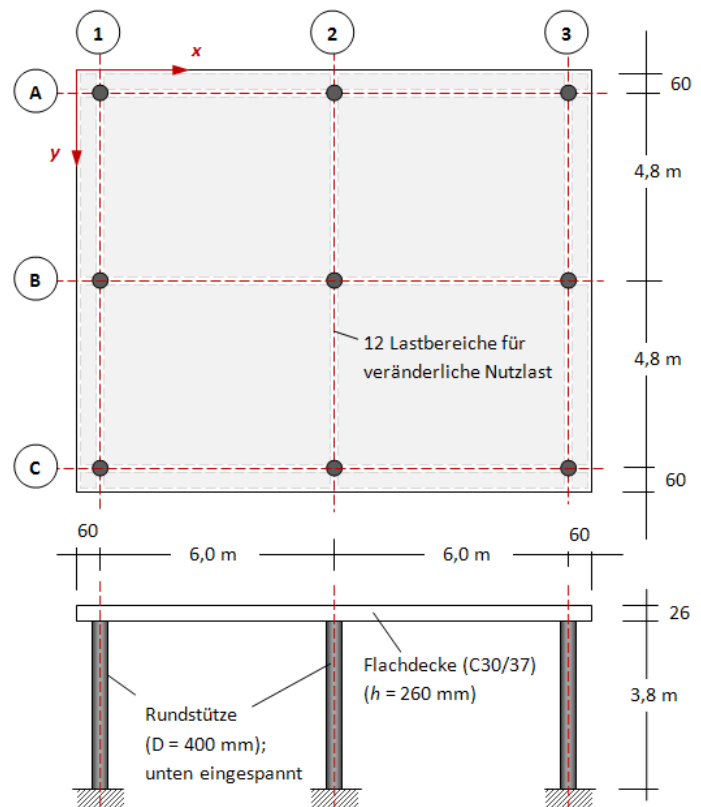
Bild 11.37: Momentenbeiwerte und Verteilungsbreiten der Mindestlängsbewehrung

Beispiel 11.2: Durchstanznachweis für mehrfeldrige Flachdecke

Gegeben: Für eine vierfeldrige Flachdecke (C30/37; XC 0; $h = 26 \text{ cm}$) ist bereits die Schnittgrößenberechnung und die Biegebemessung per FEM-Programm (MicroFe) durchgeführt worden.

Als Belastung wurde neben dem Eigengewicht von $g_k = 0,26 \cdot 25 = 6,5 \text{ kN/m}^2$ eine ständige Ausbaulast von $g_{k1} = 1,0 \text{ kN/m}^2$ und eine flächenweise konstant anzusetzende Nutzlast von $q_k = 2,5 \text{ kN/m}^2$ berücksichtigt. Als Nutzhöhe in x -Richtung wurde $d_x = 210 \text{ mm}$, für die in y -Richtung $d_y = 230 \text{ mm}$ angesetzt.

Gesucht: Durchführung der Durchstanznachweise im Bereich der Innenstütze im Achsenschnittpunkt B/2 sowie im Bereich der Randstütze in B/1.



- a) Durchstanznachweis für Innenstütze B/2: $N_{Gk} = 293,2 \text{ kN}$; $N_{Qk} = 86,6 \text{ kN}$ (aus FE-Berechnung)
 im Gurtstreifen mit $3 \cdot d$ pro Seite: $\rho_{lx} = 0,0051$ und $\rho_{ly} = 0,0068$ (aus Biegebemess.)

Bemessungslast: $V_{Ed} = 1,35 \cdot 0,2932 + 1,50 \cdot 0,0866 = 0,526 \text{ MN}$

Kritischer Rundschnitt: $a_{crit} = 2 \cdot d_{eff} = 2 \cdot (0,230 + 0,210)/2 = 0,440 \text{ m}$ (geschloss. Rundschnitt)

$(u_1 = u_{crit} !!)$ $u_1 = 2 \cdot \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot D + a_{crit}) = 6,283 \cdot (0,2 + 0,44) = 4,02 \text{ m}$

maximal einwirkende Querkraft je Flächeneinheit:

$$v_{Ed} = (\beta \cdot V_{Ed}) / (u_1 \cdot d_{eff}) \quad \text{mit } \beta = 1,10 \text{ (Innenstütze ohne Einspannmom.)}$$

$$= (1,1 \cdot 0,526) / (4,02 \cdot 0,22) = 0,654 \text{ MN/m}^2$$

Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung:

$$u_0/d_{eff} = 2 \cdot \pi \cdot 0,2/0,22 = 5,71 \geq 4,0 \quad \rightarrow C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c = 0,12$$

$$k = 1 + (200/d_{eff})^{0,5} = 1 + (200/220)^{0,5} = 1,953 \leq 2,0$$

$$\rho_l = (0,0068 \cdot 0,0051)^{0,5} = 0,0059 \leq 0,02 \text{ bzw. } \leq 0,5 \cdot f_{cd}/f_{yd} = 0,0196$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ (kein Querdruck in Richtung der Plattenebene)}$$

einsetzen: $v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \geq v_{min} = (0,0525/\gamma_c) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$

$$= 0,12 \cdot 1,953 \cdot (100 \cdot 0,0059 \cdot 30)^{1/3} = 0,611 \text{ MN/m}^2$$

$$v_{min} = (0,0525/1,5) \cdot 1,953^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,5232 \text{ MN/m}^2 \quad \rightarrow \text{nicht maßgebend}$$

vergleichen: $v_{Ed} = 0,654 > 0,611 = v_{Rd,c} \quad \rightarrow \text{Durchstanzbewehrung erforderlich !}$

Maximaler Durchstanzwiderstand (zu prüfen am krit. Rundschnitt u_1 im Abstand von $2 \cdot d$):

$$v_{Ed,u1} = \underline{0,654 \text{ MN/m}^2} \leq v_{Rd,max} = 1,4 \cdot v_{Rd,c,u1} = 1,4 \cdot 0,611 = \underline{0,855 \text{ MN/m}^2}$$

→ Ausführung mit Durchstanzbewehrung zulässig ✓

Durchstanzwiderstand mit Durchstanzbewehrung:

Bestimmung des äußeren Rundschnittes u_{out} , an dem keine Bewehrung mehr erforderlich (es wird hierfür jedoch $v_{Rd,c}$ mit $C_{Rd,c} = 0,15$ gerechnet).

$$u_{out} = \beta \cdot V_{Ed} / (v_{Rd,c} \cdot d) = (1,1 \cdot 0,526) / (0,611 \cdot 0,15 / 0,18 \cdot 0,22) = 5,17 \text{ m} \rightarrow a_{out} = \underline{0,623 \text{ m}}$$

Es wird die erforderliche Durchstanzbewehrung ermittelt. Es sollen lotrechte Bügelreihen aus BST500S mit $f_{ywd} = 500/1,15 = 434,8 \text{ N/mm}^2$ zum Einsatz kommen; die **wirksame** Streckgrenze der Durchstanzbewehrung:

$$f_{ywd,eff} = 250 + 0,25 \cdot d = 250 + 0,25 \cdot 220 = \underline{305 \text{ N/mm}^2} \leq 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{sw,rqd} = (V_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot (s_r \cdot u_1) / (1,5 \cdot f_{ywd,eff}) \quad \text{mit Ansatz: } s_r = 0,75 \cdot d$$

$$= (0,654 - 0,75 \cdot 0,611) \cdot (0,75 \cdot 220 \cdot 4020) / (1,5 \cdot 305) = 284 \text{ mm}^2 = \underline{2,84 \text{ cm}^2}$$

1. Reihe im Abstand von $0,5 \cdot d = 110 \text{ mm}$ von Stützenkante:

$$A_{sw,1,rqd} = \kappa_{sw,1} \cdot A_{sw,rqd} = 2,5 \cdot 2,84 = \underline{7,11 \text{ cm}^2} \geq A_{sw,min,u1}$$

2. Reihe im Abstand von $0,75 \cdot d = 165 \text{ mm}$ von 1. Bewehrungsreihe:

$$A_{sw,2,rqd} = \kappa_{sw,2} \cdot A_{sw,rqd} = 1,4 \cdot 2,84 = \underline{3,98 \text{ cm}^2} \geq A_{sw,min,u2}$$

3. Reihe im Abstand von $0,75 \cdot d = 165 \text{ mm}$ von 2. Bewehrungsreihe:

$$A_{sw,3,rqd} = \kappa_{sw,3} \cdot A_{sw,rqd} = 1,0 \cdot 2,84 = \underline{2,84 \text{ cm}^2} \geq A_{sw,min,u3}$$

Minstdurchstanzbewehrung (berechnet auf jeweiligen Rundschnitt):

$$\rho_{sw,min} = A_{sw,min,ui} / s_r = 0,08 / 1,5 \cdot f_{ck}^{0,5} / f_{yk} = 0,0533 \cdot 30^{0,5} / 500 = \underline{0,584 \text{ ‰}}$$

Prüfen in 1. Reihe für $s_r = 0,75 \cdot d = 16,5 \text{ cm}$ und $u_1 = 2 \cdot \pi \cdot (20 + 11) = \underline{195 \text{ cm}}$

$$A_{sw,min,u1} = 0,584 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 195,0 \quad (\text{Gesamtbewehrung im Rundschnitt 1})$$

$$= 1,88 \text{ cm}^2 < \underline{7,11 \text{ cm}^2} \quad \rightarrow \text{Mindestbewehrung nicht maßgebend}$$

Prüfen in 2. Reihe für $s_r = 0,75 \cdot d = 16,5 \text{ cm}$ und $u_2 = 2 \cdot \pi \cdot (20 + 11 + 16,5) = \underline{298 \text{ cm}}$

$$A_{sw,min,u2} = 0,584 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 298,0 \quad (\text{Gesamtbewehrung im Rundschnitt 2})$$

$$= 2,88 \text{ cm}^2 < \underline{3,98 \text{ cm}^2} \quad \rightarrow \text{Mindestbewehrung nicht maßgebend}$$

Prüfen in 3. Reihe für $s_r = 0,75 \cdot d = 16,5 \text{ cm}$ und $u_3 = \underline{402 \text{ cm}}$

$$A_{sw,min,u3} = 0,584 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 402,0 \quad (\text{Gesamtbewehrung im Rundschnitt 3})$$

$$= \underline{3,88 \text{ cm}^2} > 2,84 \text{ cm}^2 \quad \rightarrow \text{Mindestbewehrung maßgebend} \quad \checkmark$$

Wahl der Durchstanzbewehrung:

in 1. Reihe: $16 \text{ } \varnothing 8 = \underline{8,0 \text{ cm}^2} \geq 7,11 \text{ cm}^2$
 $s_{r,m} = u_1/n = 195 / 16 = \underline{12,2 \text{ cm}} \leq 1,5 \cdot d = 33,0 \text{ cm} \quad \checkmark$

in 2. Reihe: $16 \text{ } \varnothing 6 = \underline{4,53 \text{ cm}^2} \geq 3,98 \text{ cm}^2$
 $s_{r,m} = u_2/n = 298 / 16 = \underline{18,6 \text{ cm}} \leq 1,5 \cdot d = 33,0 \text{ cm} \quad \checkmark$

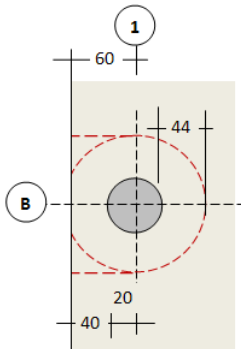
in 3. Reihe: $16 \text{ } \varnothing 6 = \underline{4,53 \text{ cm}^2} \geq 3,88 \text{ cm}^2$
 $s_{r,m} = u_3/n = 402 / 16 = \underline{25,1 \text{ cm}} \leq 1,5 \cdot d = 33,0 \text{ cm} \quad \checkmark$

Eine 4. Bewehrungsreihe im Abstand vom $1,5 \cdot d_{eff}$ von der 3. Reihe aus betrachtet, also bei $a_4 = 11 + 16,5 + 16,5 + 33 = \underline{77 \text{ cm}}$ ist wegen $a_4 \geq a_{out} = 62,3 \text{ cm}$ nicht erforderlich.

- b) Durchstanznachweis für Randstütze B/1: $N_{Gk} = 127,3 \text{ kN}; N_{Qk} = 46,2 \text{ kN}$ (aus FE-Berechnung)
 $M_{Gk} = 20,2 \text{ kNm}; M_{Qk} = 7,7 \text{ kNm};$
 im Gurtstreifen mit $3 \cdot d$ pro Seite: $\rho_{lx} = 0,0012$ und $\rho_{ly} = 0,0044$ (aus Biegebemess.)

Bemessungslast: $V_{Ed} = 1,35 \cdot 0,1273 + 1,50 \cdot 0,0462 = \underline{0,241 \text{ MN}}$

Kritischer Rundschnitt: $a_{crit} = 2 \cdot d_{eff} = 2 \cdot (0,230 + 0,210)/2 = \underline{0,440 \text{ m}}$



Umfang des krit. Rundschnittes (als Kreis):

$$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot D + a_{crit}) = 6,283 \cdot (0,2 + 0,44) = \underline{4,02 \text{ m}}$$

Kritischer Rundschnitt in U-Form wegen Randlage:

$$u_1 = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot D + a_{crit}) + 2 \cdot l_{Rand} = 3,142 \cdot (0,2 + 0,44) + 1,20 = \underline{3,21 \text{ m}}$$

→ maßgebend: $u_1 = \underline{3,21 \text{ m}}$

maximal einwirkende Querkraft je Flächeneinheit:

$$v_{Ed} = (\beta \cdot V_{Ed}) / (u_1 \cdot d_{eff}) \quad \text{mit} \quad \beta = 1,40 \quad (\text{Randstütze; ausgegl. Seitenverh.})$$

$$= (1,4 \cdot 0,241) / (3,21 \cdot 0,22) = \underline{0,478 \text{ MN/m}^2}$$

Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung:

$$u_0/d_{eff} = 2 \cdot \pi \cdot 0,2/0,22 = 5,71 \geq 4,0 \quad \rightarrow C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c = \underline{0,12}$$

$$k = 1 + (200/d_{eff})^{0,5} = 1 + (200/220)^{0,5} = \underline{1,953} \leq 2,0$$

$$\rho_l = (0,0012 \cdot 0,0044)^{0,5} = \underline{0,0023} \leq 0,02 \quad \text{bzw.} \quad \leq 0,5 \cdot f_{cd}/f_{yd} = 0,0196$$

$$\sigma_{cp} = 0 \quad (\text{kein Querdruck in Richtung der Plattenebene})$$

einsetzen: $v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \geq v_{min} = (0,0525/\gamma_c) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$

$$= 0,12 \cdot 1,953 \cdot (100 \cdot 0,0023 \cdot 30)^{1/3} = 0,446 \text{ MN/m}^2$$

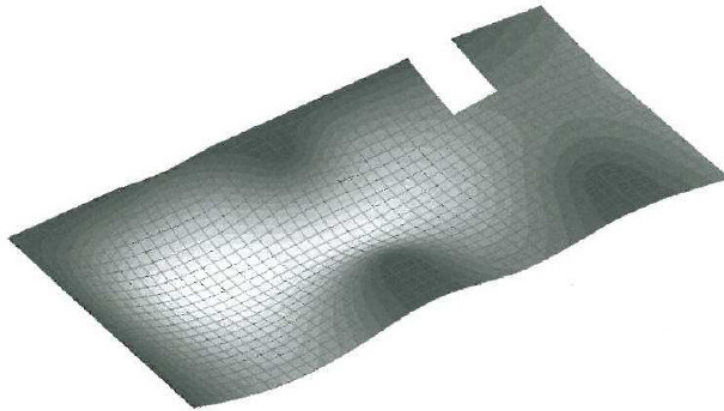
$$v_{min} = (0,0525/1,5) \cdot 1,953^{3/2} \cdot 30^{1/2} = \underline{0,5232 \text{ MN/m}^2} \quad \rightarrow \text{maßgeb. für } v_{Rd,c}$$

vergleichen: $v_{Ed} = \underline{0,478} \leq \underline{0,5232} = v_{Rd,c} \quad \rightarrow \text{keine Durchstanzbew. erforderlich!}$

11.5 Berechnungsbeispiel

In einem Beispiel wird nachfolgend die Bewehrungsführung am Beispiel einer drillsteifen Hochbauplatte veranschaulicht (Grundriss gemäß Bild 11.40). Bild 11.38 zeigt die Verformungsfigur sowie den Verlauf der Hauptmomente, die durch die unterbrochenen Stütze­linien wesentlich beeinflusst werden. Bild 11.39 bis Bild 11.42 zeigen eine mögliche Bewehrungsführung in der Deckenplatte. Dargestellt sind unter anderem die Bewehrungsführung an freien Plattenrändern und Aussparungen im Bereich unterbrochener Unter­stützungen und in Plattenecken.

Verformungsfigur:



Hauptmomente:

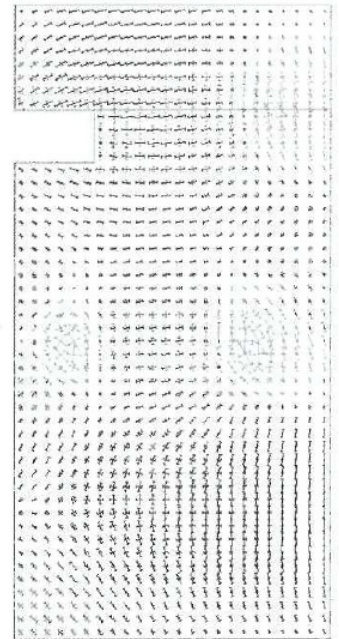


Bild 11.38: Verformungsfigur und Verlauf der Hauptmomente der Deckenplatte

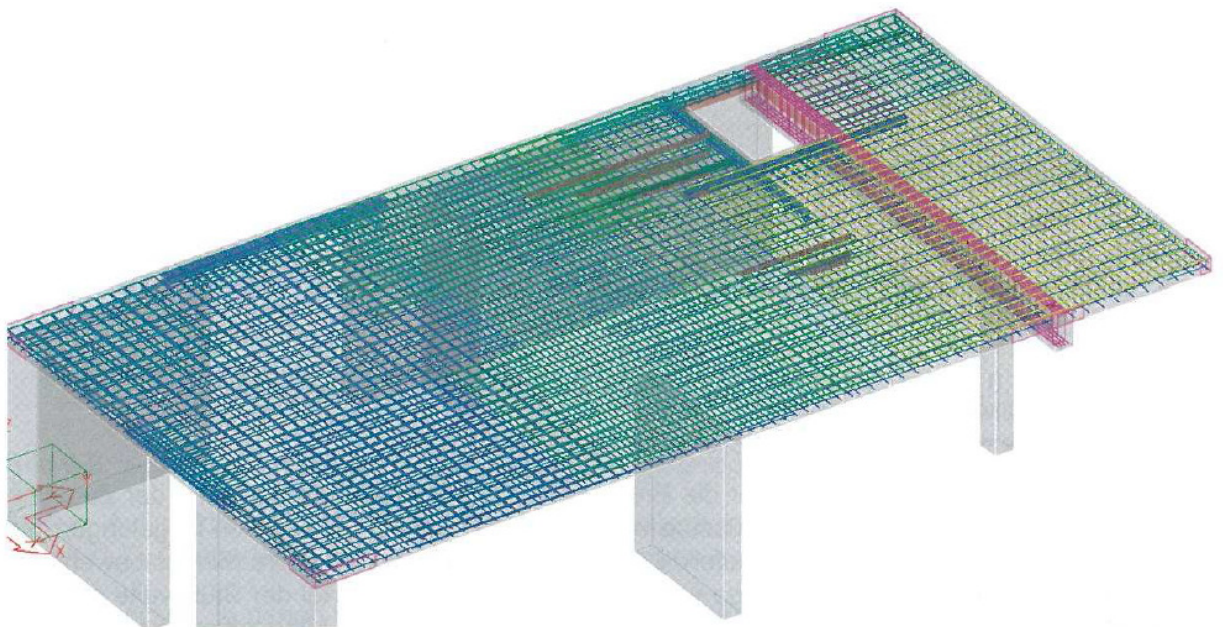


Bild 11.39: 3D-Darstellung der Bewehrung in der Deckenplatte

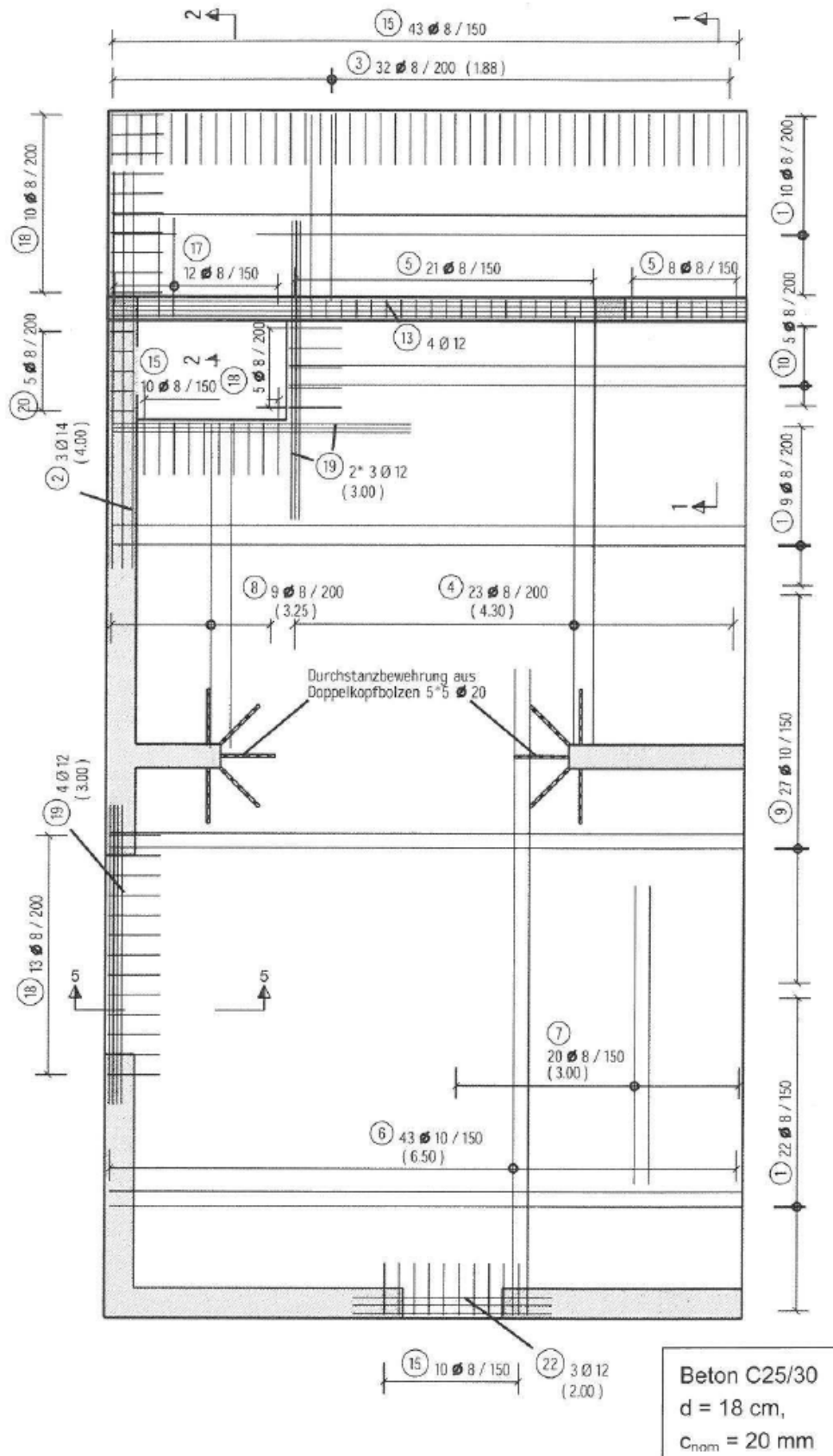


Bild 11.40: Bewehrungsführung in der Deckenplatte (untere Bewehrung)

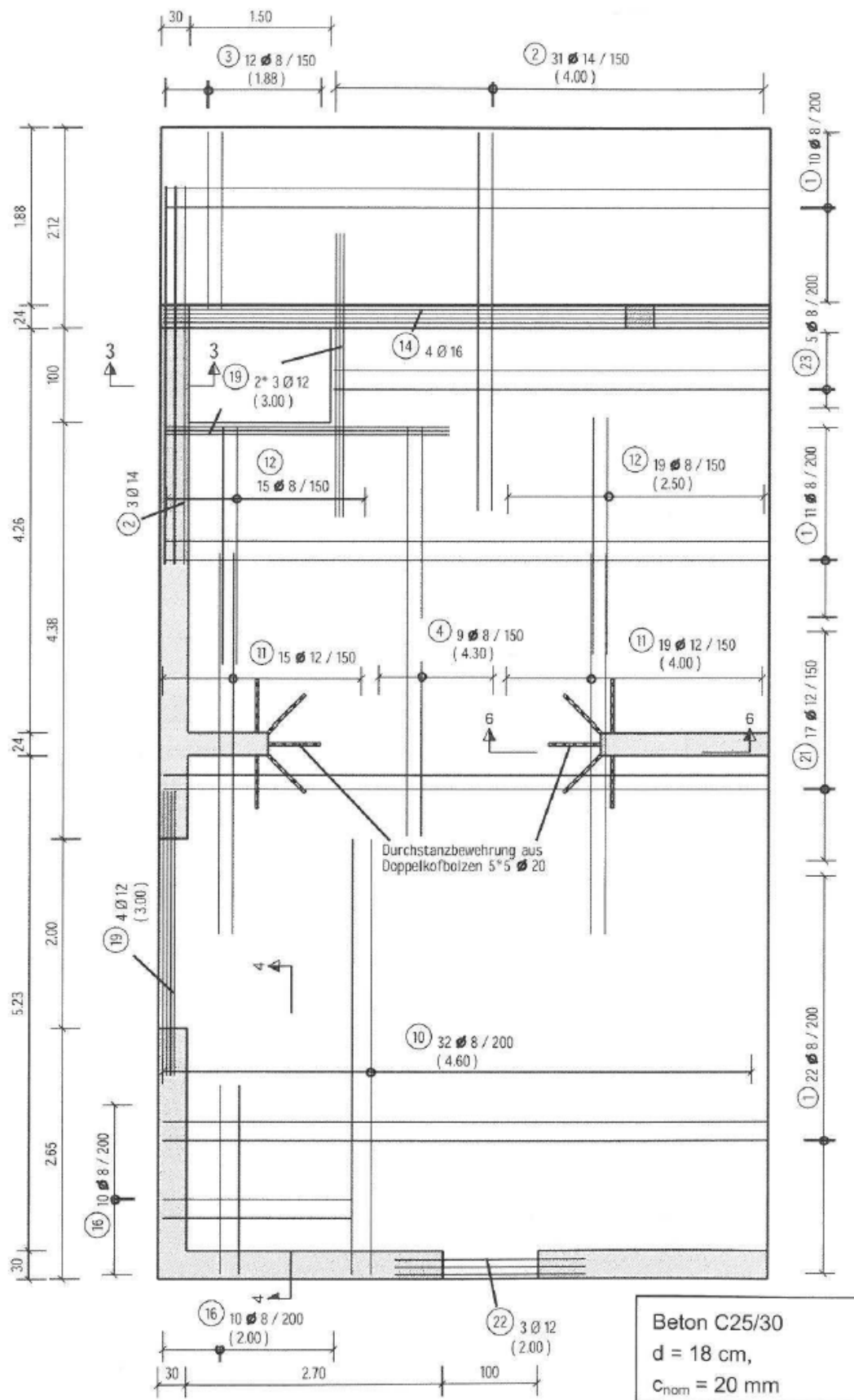


Bild 11.41: Bewehrungsführung in der Deckenplatte (obere Bewehrung)

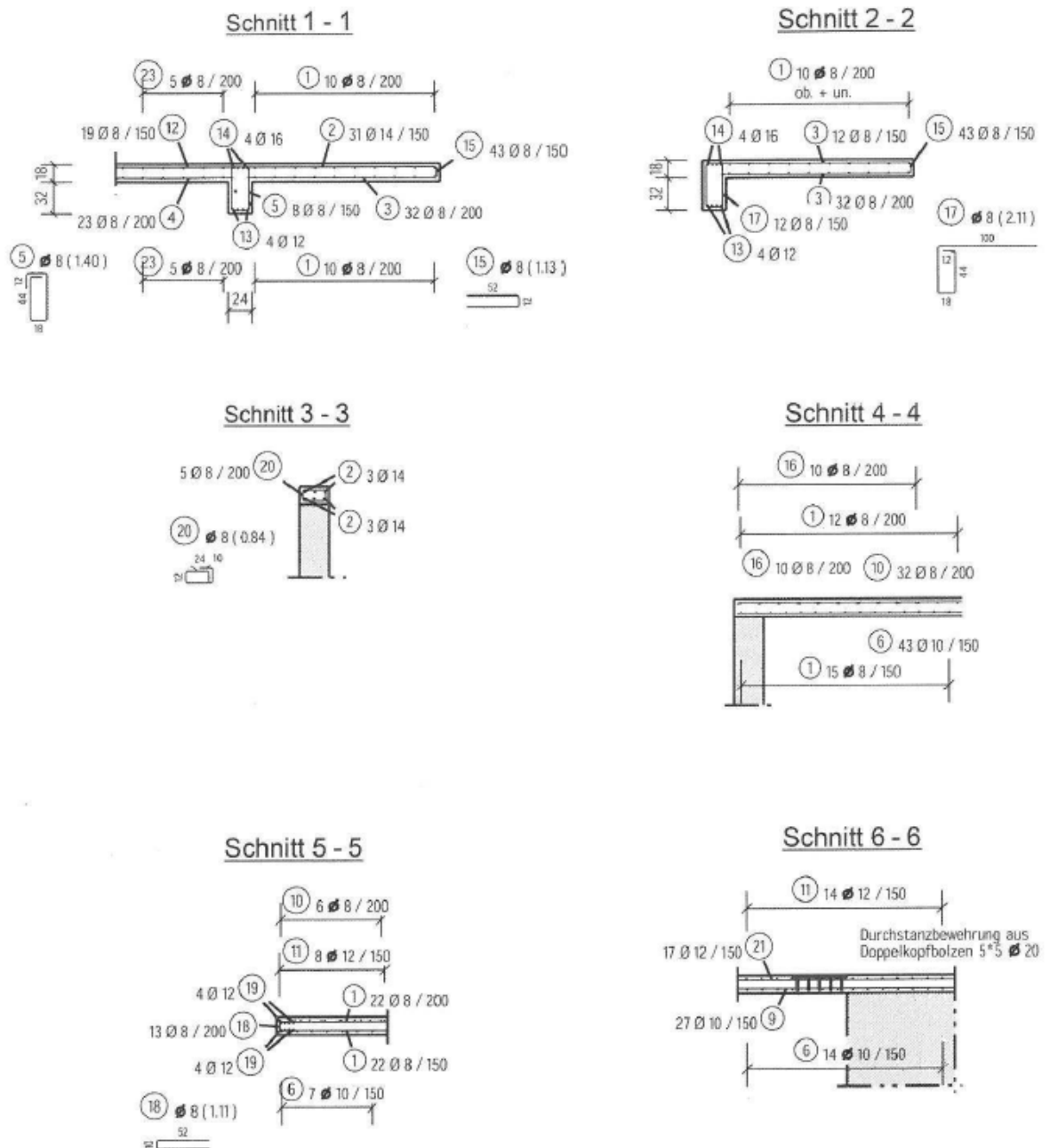


Bild 11.42: Bewehrungsführung in der Deckenplatte (Schnitte)